

SINIŠA REŽEK
TURNIRSKI SUSTAVI

Vlastita naklada
Zagreb, 2021.

SINIŠA REŽEK

TURNIRSKI SUSTAVI

Vlastita naklada
Zagreb, 2021.

IZDAVAČ:
Vlastita naklada

UREDNIK:
Siniša Režek

TISAK:
Školska knjiga d.d., Zagreb

CIP zapis je dostupan u računalnome katalogu Nacionalne
i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 001078392.

ISBN 978-953-49240-0-6

©, 2021.

Nijedan dio ove knjige ne smije se umnažati niti preslikavati na bilo koji način,
bez pismenog dopuštenja nakladnika.

PREDGOVOR

Na školskom igralištu učenička populacija se okuša u nogometu, košarci, rukometu, atletskim disciplinama... Pokuša svaki, većina s vremenom prestane igrati, ostane zavidan broj rekreativaca, a najbolji, otkrivši da imaju smisla za disciplinu, nastavljaju dalje trenirati i natjecati se.

Autor

SADRŽAJ

1. TURNIR	9
2. UVOD	11
3. KRUŽNI (LIGAŠKI) SUSTAV	13
3.1. BERGEROV SUSTAV	13
3.1.1. ODREĐIVANJE PAROVA IZ TURNIRSKJE TABLICE	14
3.1.2. ODREĐIVANJE PAROVA IZ POMOĆNE TABLICE	16
3.1.3. MATEMATIČKA METODA ODREĐIVANJA PAROVA	18
3.1.4. BERGEROVE TABLICE ZA TURNIRE DO 18 SUDIONIKA	21
3.1.5. MATEMATIČKA POZADINA	21
3.1.5.1. TEORIJA GRAFOVA I LATINSKI KVADRATI	24
3.1.5.2. KIRKMAN ALGORITAM	26
3.1.5.3. BERGER ALGORITAM	27
3.1.5.4. ROUND ROBIN S DODATNIM OGRANIČENJIMA	27
3.1.6. RASPON BODOVA U TABLICI	27
3.1.7. ZADACI	27
4. SHEVENINGENSKI (ŠEVENIŠKI) SUSTAV	35
4.1. KLASIČNA VARIJANTA	35
4.2. MODERNA VARIJANTA	36
4.3. UNAPRIJEĐENA VARIJANTA RICHARDA FURNESSA	37
4.4. PRIMJENA ŠEVENIŠKOG SUSTAVA NA NATJECANJIMA	39
4.5. ZADACI	39
5. KUP SUSTAV	41
5.1. ZADACI	43
6. ŠVICARSKI SUSTAV	45
6.1. KAKO TAKTIZIRATI	46
6.1.1. ZADACI	46
7. SIMULTANE PRODUKCIJE	49
7.1. ZADACI	50
8. MITINZI	51
9. MEČ	53
9.1. HENDIKEP-MEČEVI	55
9.2. ŠAH „NA SLIJEPO“	55

10. TURNIRSKI I KOMBINIRANI SUSTAVI	57
11. REALNOST PORETKA	59
11.1. ZADACI	62
12. KRITERIJI PRI DIOBI MJESTA	65
13. NUMERIČKE KARAKTERISTIKE POJEDINIH SUSTAVA	69
13.1. ZADACI	69
14. OSTATAK	71
14.1. DIMENZIJE SPORTSKIH IGRALIŠTA	71
14.1.1. NOGOMET	71
14.1.2. TENIS	71
14.1.3. KOŠARKA	72
14.1.4. STOLNI TENIS	72
14.1.5. ŠAH	72
14.2. FIZIKA I MATEMATIKA DIMENZIJA	73
14.2.1. TROKUT (RAZNOSTRANIČAN)	73
14.2.2. PRAVOKUTAN TROKUT	73
14.2.3. JEDNAKOSTRANIČAN TROKUT	73
14.2.4. JEDNAKOKRAČAN TROKUT	74
14.2.5. KVADRAT	74
14.2.6. PRAVOKUTNIK	74
14.2.7. ROMB	75
14.2.8. PARALELOGRAM	75
14.2.9. DELTOID	75
14.2.10. TRAPEZ	76
14.2.11. KRUG	76
15. ZAKLJUČAK	77
16. LITERATURA	78
17. POVIJESNE CRTICE	78
18. TABLICE	81

tùrnir *m* (G turníra)

1. a. pov. natjecanje vitezova na dvorovima vladara u bojnim vještinama b. sportsko i šahovsko natjecanje između većeg broja sudionika u više serija nastupa ili po sustavu svaki sa svakim (ob. traje kraće vrijeme i odigrava se u jednom mjestu)
2. zast. jastučić koji se u nekadašnjem stilu odijevanja podlagao pod suknju radi naglašavanja ženstvenosti figure

sústav *m*

1. cjelokupnost jedinica i odnosa među jedinicama; ukupnost načela ili stvari usklađenih i povezanih da čine cjelinu [krvožilni sustav; računalni sustav; školski sustav; politički sustav; jezični sustav]; sistem
2. kem. skupina tvari koje su u ravnoteži ili joj teže [binarni sustav; trinarni sustav; periodni sustav]
3. min. bilo koji od sedam kristalnih sustava [heksagonalni sustav; tetragonalni sustav]
4. fil. skup spoznaja koje su uređene po ideji cjeline i u kojima bitno prevladava jedinstvo (Kant)
5. fiz. skup objekata koji se promatra s obzirom na međusobno djelovanje njegovih dijelova i vanjske utjecaje [homogeni sustav; heterogeni sustav]

Vladimir Anić
Veliki rječnik hrvatskoga jezika, 2003.

1. TURNIR

Već u ranim godinama Ivan i Antun voljeli su igrati šah. Jednom su na tavanu zgrade organizirali šahovski turnir. Pojma nisu imali kako se slažu parovi. Skupilo se nekoliko klinaca iz susjedstva i neki glas iznutra potaknuo ih je na organizaciju. Muku su mučili s rasporedom tko sa kim treba igrati i sve to nekako priveli kraju. Vidjelo se da to nije tako jednostavno. Nije dugo prošlo i naučili su kako se radi Berger sistem za parove na turniru.

Dugo godina kasnije Ivan i Antun sastajali su se u lokalnom šahovskom klubu. Ovoga puta organizirano je prvenstvo kluba. „Veliki derbi Ivan-Antun odigrat će se u 9 kolu!“ s oduševljenjem vikne Antun. U klubu su se mnogi pitali kako točno zna u kojem se kolu koji igrači susreću. „Kružni sustav je takav sustav u kojem svaki igrač ili momčad igra sa svim ostalim igračima ili momčadima na turniru“, nadoveže se Ivan. Često se kaže „igra svaki sa svakim“, dok se na međunarodnim natjecanjima koristi izraz round-robin ili All Play All. Zbog toga se rezultati postignuti na natjecanju igranom kružnim sustavom smatraju najrealnijima.

„Raširenost upotrebe je upravo zbog njegove jednostavnosti primjene. Nakon što su natjecateljski brojevi izvučeni, odmah su određeni parovi za sva kola. Primjenom jednostavne matematičke relacije moguće je za svakog sudionika ili momčad unaprijed odrediti sa kojim se protivnikom sastaje u određenom kolu i hoće li biti domaći igrač ili momčad, odnosno u šahu koju boju figura će imati“, objašnjava Antun.

Nastavlja Ivan, „Pretpostavit ćemo da je broj igrača paran, no relacije će se primjenjivati i za neparan broj sudionika, tj. sa jednim sudionikom manje. Kao što je poznato, za oba ova slučaja parovi su u svakom kolu jednaki, ako ne računamo par u kojem igra sudionik sa posljednjim natjecateljskim brojem.“

„Zapamtite, broj kola je za jedan manji od ukupnog broja sudionika ako je taj broj paran, odnosno jednak je broju sudionika ako je on neparan. Broj parova je jednak polovici broja sudionika“, završava Antun.

Svi u dvorani su u sebi razmišljali: „Tko je jači igrač, Ivan ili Antun? Jasno je, vidjet ćemo u 9 kolu!“

2. UVOD

Sport u suvremenom svijetu postao je sastavni dio svakodnevnice i sve je manje onih koji nisu uključeni u neki vid bavljenja sportom. U području sporta postoji nekoliko razina natjecanja: profesionalni sport, amaterski sport, rekreativni sport, školski sport, te sport osoba s invaliditetom. Bez obzira jesmo li za sport vezani profesionalno kao sportaš, trener, sudac, sportski djelatnik ili kao organizator raznih sportsko-rekreativnih i animacijskih aktivnosti, vrlo je bitno da razumijemo funkcioniranje samog sporta. Jedno od najvećih područja vezanih uz sport su sportska natjecanja. Ona su neizostavan dio svakog od ranije navedenih sustava i zbog toga je iznimno važno poznavati sustave i formate sportskih natjecanja. Poznavanje sustava natjecanja omogućava nam da samu sportsku aktivnost, odnosno natjecanje, prilagodimo ciljanoj populaciji ovisno o razini sportske treniranosti, dobi, sportskim interesima, broju sudionika i vremenskom periodu koji nam je na raspolaganju za provedbu samog natjecanja.

U ovoj knjizi opisati ćemo sustave natjecanja koji se često primjenjuju kako u profesionalnom tako i u rekreativnom sportu. Prikazat ćemo prednosti i nedostatke svakog od njih, te na koji način se mogu organizirati.

Postoji nekoliko podjela sustava natjecanja:

- ligaški sustav,
- kup sustav,
- turnirski sustav,
- različiti mitinzi,
- mečevi,
- te kombinirani sustavi.

3. KRUŽNI (LIGAŠKI) SUSTAV

U profesionalnom sportu ligaški sustav koristi se uglavnom kod ekipnih sportova. Najčešće se radi o klupskim natjecanjima koja se provode na nacionalnoj razini, te se na temelju njih ostvaruje poredak klubova u protekloj godini ili sezoni. Primjer za ovakva natjecanja su različita nacionalna prvenstva u nogometu, rukometu, košarci, odbojci, vaterpolu i dr. Osim za profesionalni sport ovakav sustav pogodan je i za amaterska i rekreacijska, te natjecanja za mlađe dobne uzraste.

Formati natjecanja kod ligaškog sustava variraju s obzirom na broj sudionika i s obzirom na broj odigranih krugova. Broj sudionika u ovakvom sustavu u pravilu nije manji od šest, a rijetko je veći od dvadeset. Broj odigranih krugova, odnosno međusobnih susreta, najčešće se proteže od jednog do četiri. Sudionici ligaških natjecanja za svaki odigrani susret, ovisno o njegovom ishodu, dobivaju određeni broj bodova. Pobjednik je onaj tko nakon posljednjeg odigranog kola ima najveći broj bodova, dok je najmanje uspješna ekipa ona koja skupi najmanje bodova. Neki formati ligaških natjecanja koncipirani su na način da najuspješniji sudionici doigravanjem, odnosno dodatnim međusobnim susretima, odlučuju o ukupnom pobjedniku lige.

3.1. BERGEROV SUSTAV

Da bi suci mogli primijeniti ovaj sustav natjecanja trebaju imati gotove Bergerove tablice za određeni broj kola ili znati jedan od slijedećih postupaka određivanja parova:

- određivanje parova iz turnirske tablice;
- određivanje parova prethodnim ispisivanjem turnirske tablice;
- određivanje parova algebarskim postupkom.

Prije opisa pojedinih postupaka potrebno se upoznati s osnovnim načelima po kojima su sastavljene Bergerove tablice. To će pridonijeti lakšem razumijevanju pojedinih postupaka, kao i Bergerovih tablica u cjelini.

Načela Bergerovih tablica su:

- a)
 - ako se u pojedinom kolu sastaju igrači koji oba imaju parni, odnosno oba imaju neparni turnirski broj, bijele figure imat će igrač s većim turnirskim brojem (npr. 8-6; 7-5 itd.);
 - ako se u pojedinom kolu sastaju igrači gdje jedan ima parni, a drugi neparni turnirski broj, bijele figure će imati igrač s manjim turnirskim brojem (npr. 1-4; 2-5; 3-6 itd.);
 - kod parnog broja sudionika iznimku predstavlja posljednji broj. Protiv njega prva polovica učesnika iz tablice ima bijele figure (npr. 1-12; 2-12; 3-12; 4-12; 5-12; 6-12), a donja polovica crne figure (npr. 12-7; 12-8; 12-9; 12-10; 12-11);
- b)
 - u svim kolima, osim u prvom, igrač s turnirskim brojem 1 ima za protivnika igrača s turnirskim brojem koji je jednak rednom broju kola u kojem se sastaju. Ovaj par se naziva "osnovni par kola" (npr. 1-2 u drugom kolu; 6-1 u šestom kolu);
 - ako je broj učesnika paran, igrač s turnirskim brojem 1 u prvom kolu sastaje se s igračem s najvećim turnirskim brojem, a u slučaju neparnog broja učesnika je slobodan;

- c) • kod turnira s neparnim brojem učesnika upotrebljavaju se iste Bergerove tablice kao i za najbliži viši parni broj učesnika, s tim da je u svakom kolu igrač koji bi trebao igrati s igračem s posljednjim parnim turnirskim brojem slobodan (npr. za 11 učesnika koriste se tablice za 12 učesnika, te je slobodan u svakom kolu igrač koji bi trebao igrati s igračem s turnirskim brojem 12).

3.1.1. ODREĐIVANJE PAROVA IZ TURNIRSKJE TABLICE

Vrlo često na klupskim brzopoteznim natjecanjima turnir vodi netko od igrača pa mu je poznavanje ovog postupka od velike pomoći. Kako će se vidjeti ovaj postupak je vrlo jednostavan pa bi s njim trebali ovladati svi oni koji istovremeno vode i igraju brzopotezne turnire. (Napisano je da "vode turnir", a ne da sude, jer suđenje i igranje na istom natjecanju je načelno neprihvatljivo).

Da bi određivali parovi ovim postupkom potrebna je prazna turnirska tablica. Parovi se ovim postupkom određuju čitanjem iz najduže dijagonale.

Parovi pojedinog kola su sa glavne dijagonale, počinju od najudaljenijih turnirskih brojeva (1-12) i postupno se približavaju sredini (2-11; 3-10; 4-9; 5-8; 6-7). Za određivanje boje figura treba naučiti još jedno pravilo. Kad u dijagonali nema crnog polja manji turnirski broj ima bijele figure a kad je u dijagonali crno polja bijele figure ima igrač s većim turnirskim brojem. Sad su poznati i parovi prvog kola i boje figura:

1-12; 2-11; 3-10; 4-9; 5-8; 6-7

Jedino su u prvom kolu svi parovi na jednoj dijagonali.

Br.	SUDIONIK	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Bodovi	Mjesto
1													1		
2												1			
3											1				
4										1					
5									1						
6								1							
7							1								
8						1									
9					1										
10				1											
11			1												
12		1													

Tablica: Parovi prvog kola – određivanje parova iz turnirske tablice

U narednim kolima svaki učesnik turnira igra s prvim slijedećim igračem koji mu se nalazi desno od glavne dijagonale i tako redom dok ne dođe do posljednjeg parnog igrača (ovdje je to igrač broj 12) kojeg preskače i igra s igračem s brojem jedan. Kad u ovom po-

micanju dijagonala pojedini učesnik dođe do crnog polja tada igra s posljednjim parnim igračem (igrač broj 12 u ovom primjeru).

Parovi drugog kola, uvažavajući prethodne napomene, određuju se na način: polazeći u desno, od sada već upisanih rezultata prvog kola, očitavaju se slijedeći parovi:

11-3; 10-4; 9-5; 8-6.

Stigavši do crnog polja, igrača pod tim brojem, paruje se s igračem sa zadnjim parnim brojem pa se dobije par:

12-7.

Iz tablice je vidljivo da je broj 2 u prethodnom kolu stigao do zadnjeg parnog broja te u ovom kolu igra s brojem 1. S ovim je određen i posljednji par drugog kola:

1-2.

Određivanjem ovog para otvorena je nova dijagonala.

Svi parovi drugog kola su (redom kako su očitani):

11-3; 10-4; 9-5; 8-6; 12-7; 1-2

Sada kad je otvorena i druga dijagonala po istom načelu očitavaju se parovi i u slijedećim kolima, ali pomičući se desno u odnosu i na jednu i drugu dijagonalu. Prikaz parova u slijedećim kolima dat je u tablici.

Br.	SUDIONIK	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Bodovi	Mjesto
1			2										1		
2		2										1			
3											1	2			
4										1	2				
5									1	2					
6								1	2						
7							1						2		
8						1	2								
9					1	2									
10				1	2										
11			1	2											
12		1						2							

Tablica: Parovi prvog i drugog kola

Br.	SUDIONIK	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Bodovi	Mjesto
1			2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1		
2		2		4	5	6	7	8	9	10	11	1	3		
3		3	4		6	7	8	9	10	11	1	2	5		
4		4	5	6		8	9	10	11	1	2	3	7		
5		5	6	7	8		10	11	1	2	3	4	9		
6		6	7	8	9	10		1	2	3	4	5	11		
7		7	8	9	10	11	1		3	4	5	6	2		
8		8	9	10	11	1	2	3		5	6	7	4		
9		9	10	11	1	2	3	4	5		7	8	6		
10		10	11	1	2	3	4	5	6	7		9	8		
11		11	1	2	3	4	5	6	7	8	9		10		
12		1	3	5	7	9	11	2	4	6	8	10			

Tablica: Parovi svih kola

3.1.2. ODREĐIVANJE PAROVA IZ POMOĆNE TABLICE

U ovom dijelu opisan je vrlo jednostavan način ispisivanja Bergerovih tablica za bilo koji broj učesnika. Opisan je način ispisivanja Bergerovih tablica na primjeru s 12 sudionika. Prvo treba napraviti raspored kako je prikazano u tablici.

	1.par	2.par	3.par	4.par	5.par	6.par
1.kolo	1	2	3	4	5	6
2.kolo	7	8	9	10	11	1
3.kolo	2	3	4	5	6	7
4.kolo	8	9	10	11	1	2
5.kolo	3	4	5	6	7	8
6.kolo	9	10	11	1	2	3
7.kolo	4	5	6	7	8	9
8.kolo	10	11	1	2	3	4
9.kolo	5	6	7	8	9	10
10.kolo	11	1	2	3	4	5
11.kolo	6	7	8	9	10	11

Tablica: Ispisivanje Bergerovih tablica

U svakom polju počevši od prvog retka i prvog stupca ispunjavaju se brojevi od 1 do 11 ciklički od lijeva na desno spuštajući se iz retka u redak.

	1.par	2.par	3.par	4.par	5.par	6.par
1.kolo	1-12	2	3	4	5	6
2.kolo	12-7	8	9	10	11	1
3.kolo	2-12	3	4	5	6	7
4.kolo	12-8	9	10	11	1	2
5.kolo	3-12	4	5	6	7	8
6.kolo	12-9	10	11	1	2	3
7.kolo	4-12	5	6	7	8	9
8.kolo	12-10	11	1	2	3	4
9.kolo	5-12	6	7	8	9	10
10.kolo	12-11	1	2	3	4	5
11.kolo	6-12	7	8	9	10	11

Tablica: Parovi igrača s brojem 12 u svim kolima

Slijedeći korak je ispisivanje prvog stupca koji predstavlja prvi par. U prvom stupcu je par u kojem igra igrač s najvećim turnirskim brojem (ovdje je to broj 12). Počevši od prvog kola s crnim figurama ovom igraču se naizmjenično mijenja boja figura do posljednjeg kola. Nakon ispisanog prvog para preostaje još i posljednji korak, cikličko dopisivanje brojeva od 11 do 1, s lijeva na desno, počevši od drugog para silazno od prvog reda. Konačna tablica izgleda kao u tablici.

	1.par	2.par	3.par	4.par	5.par	6.par
1.kolo	1-12	2-11	3-10	4-9	5-8	6-7
2.kolo	12-7	8-6	9-5	10-4	11-3	1-2
3.kolo	2-12	3-1	4-11	5-10	6-9	7-8
4.kolo	12-8	9-7	10-6	11-5	1-4	2-3
5.kolo	3-12	4-2	5-1	6-11	7-10	8-9
6.kolo	12-9	10-8	11-7	1-6	2-5	3-4
7.kolo	4-12	5-3	6-2	7-1	8-11	9-10
8.kolo	12-10	11-9	1-8	2-7	3-6	4-5
9.kolo	5-12	6-4	7-3	8-2	9-1	10-11
10.kolo	12-11	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
11.kolo	6-12	7-5	8-4	9-3	10-2	11-1

Tablica: Svi parovi određeni ispisivanjem Bergerovih tablica

3.1.3. MATEMATIČKA METODA ODREĐIVANJA PAROVA

Ovaj postupak omogućuje određivanje protivnika u pojedinom kolu iz poznatog broja sudionika. Iz osnovnih se načela Bergerovih tablica vidi da je zadnji parni broj iznimka pa će se i ovdje njegov protivnik određivati različitim matematičkim izrazom.

a) Protivnik bilo kojem sudioniku, osim posljednjem parnom sudioniku, određuje se iz izraza:

$$y = K - x + N \quad (\text{za } K - x < 0)$$

$$y = K - x + 1 \quad (\text{za } K - x \geq 0)$$

gdje su:

y - turnirski broj protivnika,

K - redni broj kola u kojem se igrač sastaje s traženim protivnikom,

x - turnirski broj igrača za kojeg se određuje protivnik,

N - broj sudionika (u slučaju neparnog broja uzima se prvi viši parni broj).

b) Formule za određivanje protivnika igraču s posljednjim parnim turnirskim brojem glase:

$$y = (K + 1) / 2 \quad (\text{ako je } K \text{ neparni broj})$$

$$y = (K + N) / 2 \quad (\text{ako je } K \text{ parni broj})$$

3.1.4. BERGEROVE TABLICE ZA TURNIRE DO 18 SUDIONIKA

Da bi se olakšao rad manje vještim sucima dolje su navedene Bergerove tablice za turnire na kojima sudjeluje od 3 do 18 igrača.

kolo	parovi	
1	1-4	2-3
2	4-3	1-2
3	2-4	3-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire s 3 ili 4 sudionika

kolo	parovi		
1	1-6	2-5	3-4
2	6-4	5-3	1-2
3	2-6	3-1	4-5
4	6-5	1-4	2-3
5	3-6	4-2	5-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire s 5 ili 6 sudionika

kolo	parovi			
1	1-8	2-7	3-6	4-5
2	8-5	6-4	7-3	1-2
3	2-8	3-1	4-7	5-6
4	8-6	7-5	1-4	2-3
5	3-8	4-2	5-1	6-7
6	8-7	1-6	2-5	3-4
7	4-8	5-3	6-2	7-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire sa 7 ili 8 sudionika

kolo	parovi				
1	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
2	10-6	7-5	8-4	9-3	1-2
3	2-10	3-1	4-9	5-8	6-7
4	10-7	8-6	9-5	1-4	2-3
5	3-10	4-2	5-1	6-9	7-8
6	10-8	9-7	1-6	2-5	3-4
7	4-10	5-3	6-2	7-1	8-9
8	10-9	1-8	2-7	3-6	4-5
9	5-10	6-4	7-3	8-2	9-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire s 9 ili 10 sudionika

kolo	parovi					
1	1-12	2-11	3-10	4-9	5-8	6-7
2	12-7	8-6	9-5	10-4	11-3	1-2
3	2-12	3-1	4-11	5-10	6-9	7-8
4	12-8	9-7	10-6	11-5	1-4	2-3
5	3-12	4-2	5-1	6-11	7-10	8-9
6	12-9	10-8	11-7	1-6	2-5	3-4
7	4-12	5-3	6-2	7-1	8-11	9-10
8	12-10	11-9	1-8	2-7	3-6	4-5
9	5-12	6-4	7-3	8-2	9-1	10-11
10	12-11	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
11	6-12	7-5	8-4	9-3	10-2	11-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire s 11 ili 12 sudionika

kolo	parovi						
1	1-14	2-13	3-12	4-11	5-10	6-9	7-8
2	14-8	9-7	10-6	11-5	12-4	13-3	1-2
3	2-14	3-1	4-13	5-12	6-11	7-10	8-9
4	14-9	10-8	11-7	12-6	13-5	1-4	2-3
5	3-14	4-2	5-1	6-13	7-12	8-11	9-10
6	14-10	11-9	12-8	13-7	1-6	2-5	3-4
7	4-14	5-3	6-2	7-1	8-13	9-12	10-11
8	14-11	12-10	13-9	1-8	2-7	3-6	4-5
9	5-14	6-4	7-3	8-2	9-1	10-13	11-12
10	14-12	13-11	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
11	6-14	7-5	8-4	9-3	10-2	11-1	12-13
12	14-13	1-12	2-11	3-10	4-9	5-8	6-7
13	7-14	8-6	9-5	10-4	11-3	12-2	13-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire s 13 ili 14 sudionika

kolo	parovi							
1	1-16	2-15	3-14	4-13	5-12	6-11	7-10	8-9
2	16-9	10-8	11-7	12-6	13-5	14-4	15-3	1-2
3	2-16	3-1	4-15	5-14	6-13	7-12	8-11	9-10
4	16-10	11-9	12-8	13-7	14-6	15-5	1-4	2-3
5	3-16	4-2	5-1	6-15	7-14	8-13	9-12	10-11
6	16-11	12-10	13-9	14-8	15-7	1-6	2-5	3-4
7	4-16	5-3	6-2	7-1	8-15	9-14	10-13	11-12
8	16-12	13-11	14-10	15-9	1-8	2-7	3-6	4-5
9	5-16	6-4	7-3	8-2	9-1	10-15	11-14	12-13
10	16-13	14-12	15-11	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
11	6-16	7-5	8-4	9-3	10-2	11-1	12-15	13-14
12	16-14	15-13	1-12	2-11	3-10	4-9	5-8	6-7
13	7-16	8-6	9-5	10-4	11-3	12-2	13-1	14-15
14	16-15	1-14	2-13	3-12	4-11	5-10	6-9	7-8
15	8-16	9-7	10-6	11-5	12-4	13-3	14-2	15-1

Tablica: Bergerove tablice za turnire s 15 ili 16 sudionika

kolo	parovi								
1	1-18	2-17	3-16	4-15	5-14	6-13	7-12	8-11	9-10
2	18-10	11-9	12-8	13-7	14-6	15-5	16-4	17-3	1-2
3	2-18	3-1	4-17	5-16	6-15	7-14	8-13	9-12	10-11
4	18-11	12-10	13-9	14-8	15-7	16-6	17-5	1-4	2-3
5	3-18	4-2	5-1	6-17	7-16	8-15	9-14	10-13	11-12
6	18-12	13-11	14-10	15-9	16-8	17-7	1-6	2-5	3-4
7	4-18	5-3	6-2	7-1	8-17	9-16	10-15	11-14	12-13
8	18-13	14-12	15-11	16-10	17-9	1-8	2-7	3-6	4-5
9	5-18	6-4	7-3	8-2	9-1	10-17	11-16	12-15	13-14
10	18-14	15-13	16-12	17-11	1-10	2-9	3-8	4-7	5-6
11	6-18	7-5	8-4	9-3	10-2	11-1	12-17	13-16	14-15
12	18-15	16-14	17-13	1-12	2-11	3-10	4-9	5-8	6-7
13	7-18	8-6	9-5	10-4	11-3	12-2	13-1	14-17	15-16
14	18-16	17-15	1-14	2-13	3-12	4-11	5-10	6-9	7-8
15	8-18	9-7	10-6	11-5	12-4	13-3	14-2	15-1	16-17
16	18-17	1-16	2-15	3-14	4-13	5-12	6-11	7-10	8-9
17	9-18	10-8	11-7	12-6	13-5	14-4	15-3	16-2	17-1

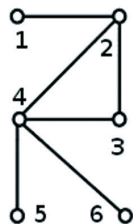
Tablica: Bergerove tablice za turnire sa 17 ili 18 sudionika

Ako se igra dvokružni turnir po Bergerovom sustavu potrebno je zamijeniti redoslijed zadnjeg i predzadnjeg kola prvog kruga. U protivnom bi igrač s turnirskim brojem 1 imao 3 puta za redom crne figure, a to nije dozvoljeno niti u jednoj modernoj varijanti bilo kojeg turnirskog sustava.

3.1.5. MATEMATIČKA POZADINA

3.1.5.1. TEORIJA GRAFOVA I LATINSKI KVADRATI

Jedan od načina da definiramo bilo koji Round Robin jest kombinatorna struktura, zvana graf. "Graf" u ovom kontekstu jest matematički izraz i nema nikakve veze s nečim poput crtanja grafova funkcija. Vizualno, graf je prikazan kao slijed točaka, povezanih linijama:



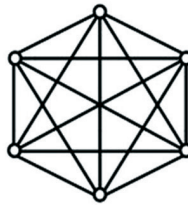
Formalno, graf je par skupa V i E sa sljedećim svojstvima: V je skup vrhova, a E je skup 2-element podskupova V , zvanih rubovi. Za povezivanje sa vizualnom analogijom, vrhovima odgovaraju točkice, a rubovi odgovaraju linijama koje povezuju točkice. Jedan od načina kako izraziti prethodni graf koristeći formalnu definiciju, bio bi:

$$V = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

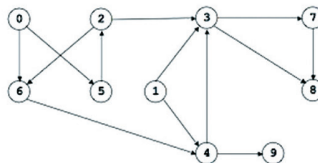
$$E = \{ (1,2), (2,3), (2,4), (3,4), (4,5), (5,6) \}$$

Postoji širok raspon vrsta grafova, dijelova grafova i terminologija povezanih s grafovima što kumulativno čini temelj teorije grafova. Međutim, samo tri pojma iz teorije grafova su stvarno potrebni za razumijevanje osnova Round Robina:

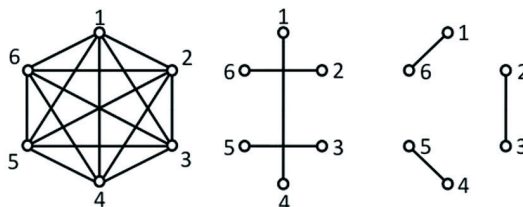
Potpuni graf: graf u kojem se svakom vrhu pridružuje rub prema svakom drugom vrhu. Sljedeći je primjer potpunog grafa:



Usmjereni graf (Digraf): jest graf u kojem rubovi imaju smjer (ili smjerove) povezane s njima. Grafovi u kojem rubovi nemaju pripadajuće smjerove nazivaju se neusmjereni. Slijedi primjer Digrafa:



One-faktor: jest zbirka takvih rubova u kojem ne postoje dva ruba koji dijele zajednički vrh. To se također ponekad naziva Perfect matching - Savršeno podudaranje. Sljedeći primjer je primjer dva različita One-faktora:



Graf može pružiti dobar način za predstavljanje parova i rezultata turnira. Vrhovi predstavljaju natjecatelje na turniru (timovi, pojedinci, itd.), a rubovi predstavljaju sparivanja (igre, susreti i sl.) između dva povezana natjecatelja, pa se lako može modelirati jednokružni Round Robin s $2n$ natjecatelja (uključujući i potencijalno "bye" – koji je slobodni natjecatelj bez para) a koristeći graf. One-faktor graf od $2n$ vrhova predstavlja cijelo kolo unutar turnira - svaki natjecatelj je u paru protiv točno jedanog drugog natjecatelja, niti jedan od njih nije sparen protiv bilo kojeg drugog natjecatelja. Ako je One-faktor za svako slijedeće kolo stvoren pod uvjetom da dani natjecatelj ne može biti sparen sa natjecateljem sa kojim je prethodno bio sparen i zatim kombinirajući sve One-faktor rezultate možemo dobiti potpuni graf. Ovakav graf parova koji svakog natjecatelja protiv svakog drugog natjecatelja može spariti točno jednom opisuje Round Robin. Graf se može također koristiti za zapisivanje rezultata kola do potpuno usmjerenog grafa svih kola, u kojem se svaki usmjereni rub kreće od pobjednika prema poraženom. Teorija grafova - uvod u bodovanje može se naći u [1].

Još jedan matematički pristup, a prema opisu Round Robin motiviran je nastojanjem, da se popis parova na turniru prikaže u obliku tablica. Svaki susret u svakom kolu može se prikazati kao trojka: (e_1, e_2, r) , gdje je e_1 prvi natjecatelj, e_2 je drugi natjecatelj, a r je kolo u kojem se trebaju spariti e_1 i e_2 . Ako smo dodijelili startne brojeve natjecateljima na turniru, dok su osi u tablici indeksirane natjecateljima na turniru i koji su na poziciju (e_1, e_2) , tako možemo izgraditi kompletan tabelarni popis parova u Round Robin turniru. Na primjer - ovo vrijedi za Round Robin sparivanje 3 natjecatelja (uz pretpostavku da su sudionici uz dijagonalu tablice "bye"):

0	1	2	3
1	1	3	2
2	3	2	1
3	2	1	3

U 1. kolu 1 je "bye", a 2 je sparen s 3. U 2. kolu 2 je "bye", a 1 je sparen s 3. U 3. kolu 3 je "bye", a 1 je sparen s 2. Imajte na umu da ova tablica vrijedi za Round Robin sparivanja za 4 sudionika ako pretpostavimo da su natjecatelji uz dijagonalu tablice "bye" i ako pretpostavimo da su dijagonala parovi protiv četvrtog natjecatelja. Iako smo mogli izgraditi tablicu 4×4 , lakše je izgraditi 3×3 tablicu i malo promijeniti smisao koji odražava tu činjenicu da Round Robin sa parnim brojem natjecatelja nema "bye". Da zaključimo - većina Round Robin algoritama za sparivanje dizajnirani su za parni broj prijava, ali je lako generalizirati neparan broj natjecatelja dodjeljivanjem "bye" jednom od natjecatelja. Broj kola, $2n - 1$, ostaje isti. Primjenjeni obrazac Round Robin sparivanja ima matematičko ime - rezultirajuće tablice su simetrični latinski kvadrati. Ln latinskog kvadrata reda n je $n \times n$ matrica s natjecateljima uzetim iz nekog određenog skupa N veličine n tako da je svaki element N događaj upravo jednom u svakom retku i stupcu od Ln. Alternativno, Ln može zastupati skup trojki (i, j, k) gdje je k natjecatelj Ln na poziciji (i, j) . Podskup od latinskih kvadrata reda $2n - 1$ koji opisuje valjane Round Robin za turnire $2n$ i $2n - 1$, i natjecatelj mora imati simetriju oko glavne dijagonale - jer lista natjecatelja u (a,b) i (b,a) opisuje isto kolo. Općenito, bilo koji simetrični latinski kvadrat može biti od koristi za sparivanje Round Robin turnira.

Iako su mnogi algoritmi za sparivanje u Round Robinu izvedeni iz tumačenja Round Robina kao grafa, provedba tih algoritama jest često najlakša prilikom tumačenja Round Robina kao latinskih kvadrata. To je zbog toga što su nizovi mnogo više prirodne strukture podataka od grafova koji postoje u većini programskih jezika. Osim toga, a zbog simetrije svojstava latinskih kvadrata proizvedenih od strane običnih Round Robin algoritama za sparivanje - parovi za određeno kolo mogu lako biti proizvedeni i bez izgradnje latinskog kvadrata, a što izgleda privlačno za povećanje računalne učinkovitosti. Kao takvi, algoritmi ispod bit će uvedeni preko pristupa teorije grafova koji se onda prevodi u latinske kvadrate - gdje se simetrija svojstva može koristiti za izradu učinkovitih algoritama.

3.1.5.2. KIRKMAN ALGORITAM

Algoritam nazvan po pristupu koji je otkrio britanski matematičar Thomas Kirkman, 1847., jest klasični algoritam koji se koristi za sparivanje Round Robina. Prvo kolo na turniru (na primjeru osam natjecatelja, gdje osmi natjecatelj može ili ne mora biti "bye") se sparuje na sljedeći način:

```
1  2  3  4
8  7  6  5
```

Za prvo kolo, 1 je sparen s 8, 2 je sparen sa 7, 3 je sparen sa 6, a 4 je sparen s 5.

U slijedećim kolima, jedan natjecatelj -obično posljednji, po dogovoru - jest "fiksni" – dok se drugi natjecatelji okreću se u suprotnom smjeru. Kao takvo, drugo kolo spareno je kao:

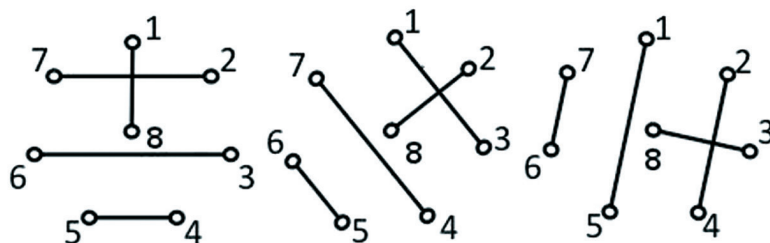
```
2  3  4  5
8  1  7  6
```

dok će treće kolo biti kako slijedi:

```
3  4  5  6
8  2  1  7
```

Naziv "round robin" proizlazi iz činjenice da se ovaj algoritam može koristiti i u praksi tako da će se natjecatelji raspoređeni u pravokutnoj tablici, nasuprot sve do jednog, okretati u tablici za svako slijedeće kolo.

Kao graf, prva tri kola ove konstrukcije mogu biti predstavljena na sljedeći način:



S identificiranjem uzoraka u ovoj progresiji očito je da s obzirom na početni One-faktor naknadna kola mogu biti sparena okretanjem rubova grafa za jedno mjesto udesno, a imajući vrhove u prvobitnom položaju. Za Round Robin s 8 natjecatelja (ili 7 natjecatelja i "bye"), latinski kvadrat predstavlja kompletan turnir kako slijedi:

0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	5	2	6	3	7	4
2	5	2	6	3	7	4	1
3	2	6	3	7	4	1	5
4	6	3	7	4	1	5	2
5	3	7	4	1	5	2	6
6	7	4	1	5	2	6	3
7	4	1	5	2	6	3	7

Parovi za različita kola nalaze se kod antidiagonale iz latinskog kvadrata. Da bismo pronašli parove u svakom kolu i možemo početi s pozicijom kao u tablici (i, j) te nastaviti u bilo kojem antidiagonalnom smjeru. Ako ćemo zapamtiti našu indeksiranu poziciju prije svakog kretanja i "zaokrenuti" u tablici, a ako bismo se preselili s tablice, na kraju ćemo zapamtiti cijeli skup parova u tom kolu, kao i pređeni indeks. Da bi se izbjeglo zapisivanje dvostrukog kola, možemo koristiti simetriju i samo premjestiti nekoliko puta jednak broj kola. U našem slučaju, krećući se duž antidiagonale 4 puta dati će potpune parove za to kolo. Kao što je već spomenuto - ako sparivanje ima dva ista indeksa, tada to ukazuje na sparivanje protiv zadnjeg natjecatelja (što može biti "bye"). Sljedeći Python program implementira ovaj algoritam (bira kretanje duž antidiagonale na desno):

```
def kirkman_pairing(n, rd):
    """
    Vraća parove za rd-to kolo za razigravanje s n igrača pomoću
    Kirkman algoritma.

    n ::: int, broj natjecatelja
    rd ::: int, broj kola

    returns pair ::: nested list of pairings
    """
    # 2n- 1 sparivanje isto kao 2n sparivanja
    if n % 2 != 0:
        n = n + 1

    idex = [rd, rd]
    pair = []

    for i in xrange(n / 2):
        # Dodati posljednjeg (bye)
        if idex[0] == idex[1]:
```

```

    pair.append([idex[0], n])
else:
    pair.append(idex)

# Pomicanje prema gore u antidiagonali
idex = [idex[0] - 1, idex[1] + 1]

# Zaokrenuti, ako je potrebno
if idex[0] < 1:
    idex[0] = n - 1
if idex[1] > n - 1:
    idex[1] = 1

return pair

```

Kao što smo već spomenuli prije, ovaj algoritam ustvari ne konstruira graf niti latinski kvadrat već dostatno iskoristiava simetriju.

Kao posljednju primjedbku Kirkmanovom algoritmu, vidimo da se različiti parovi mogu izgraditi odabirom drukčijeg inicijalnog One-faktora i / ili permutacijom vrhova; sve što je bitno jest činjenica da početni One-faktor rotira jednom, dok su vrhovi fiksni. [5] Međutim, napomenimo da takva generalizacija Kirkman algoritma, najčešće nema stvarne praktične vrijednosti za stvaranje rasporeda na turniru.

3.1.5.3. BERGER ALGORITAM

Berger algoritam, nazvan po austrijskom majstoru Johanu Bergeru, koristi isti početni One-faktor kao Kirkman algoritam. Međutim, taj algoritam rotira One-faktor na $(n/2) - 1$ poziciju u smjeru kazaljke na satu, sa fiksnim vrhovima, za razliku od samog rotiranja jednog mjesta u smjeru kazaljke. Berger algoritam se naširoko koristi na natjecanjima u kojima su natjecateljima dodijeljene određene "strane", a prije svega u šahovskom Round Robinu, jer se strane mogu dodijeliti parovima kako slijedi - a) natjecateljima dodijeljen jednak broj kola na svakoj "strani" kroz turnir i b) nijedan natjecatelj nije više od dva uzastopna kola dodijeljen istoj "strani". [5]. Latinski kvadrat predstavlja kompletne parove u turniru s Berger algoritmom za 8 natjecatelja:

0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	3	4	5	6	7	1
3	3	4	5	6	7	1	2
4	4	5	6	7	1	2	3
5	5	6	7	1	2	3	4
6	6	7	1	2	3	4	5
7	7	1	2	3	4	5	6

Ovaj latinski kvadrat nazivamo Berger tablica. Kao i kod Kirkman algoritma kola su duž raznih antidiagonala od latinskog kvadrata. Zbog simetrije, možemo koristiti isti pristup kao u Kirkman algoritmu, a s različitim početnim položajem. U Kirkman algoritmu za $2n$ natjecatelja, natjecatelj i uvijek je u paru s natjecateljom $2n$ u kolu j , tako da smo mogli započeti na poziciji (i, i) . U Berger algoritmu, ta pravilnosti je odsutna. No, redoslijed natjecatelja u prvom redu i stupcu Berger tablice je određen (i natjecatelj slijedećih redaka i stupaca - jednostavno je pomaknuta verzija prethodnom retku ili stupcu). To znači da za kolo i , možemo početi na poziciji $(1, i)$ i primijeniti potpuno isti postupak kao obuhvaćnost u Kirkman algoritmu i to za zapisivanje sparivanja za određeno kolo (a što zahtijeva kretanje u smjeru antidiagonale prema desno) - kako bi se izbjeglo dupliciranje zbog simetrije. Sličnim argumentom, možemo početi na poziciji $(i, 1)$ i krenuti u smjeru antidiagonale na lijevoj strani.

Slično Kirkman algoritmu, Berger algoritam možemo generalizirati odabirom drugačijeg inicijalnog faktora i/ili permutacijom vrhova. No, slično Kirkman algoritmu, te generalizacije nisu praktično primjenjive.

3.1.5.4. ROUND ROBIN S DODATNIM OGRANIČENJIMA

Berger i Kirkman algoritmi su učinkoviti za sparivanje osnovnog Round Robina jer koriste pravilnosti u određenim simetričnim latinskim kvadratima. Za Round Robin u kojem je bitno da se svaki natjecatelj spari protiv svakog drugog natjecatelja samo jednom i da su parovi grupirani u kolo; može se reći da su takvi pristupi idealni. Šahovski Round Robin, debatni Round Robin i većina sportskih igara može se spariti pomoću tih pristupa. Međutim, neki planovi zahtijevaju dodatna ograničenja, kao što su određeni parovi u određenim kolima. Ovo definira ograničeni Round Robin, a sparivanje za ovu vrstu turnira je puno teže. U osnovi, problem postaje kombinatorno traženje problema koji se može naći u latinskim kvadratima ili potpuni graf odgovarajuće veličine koja ispunjava dodatna ograničenja. Algoritmi za rješavanje ovakog problema su razvijeni (vidi [7], [8]), ali su izvan opsega ovog rada.

3.1.6. RASPON BODOVA U TABLCI

Raspon bodova u konačnoj tablici nekog prvenstva ovisi djelomično o slučajnosti, a djelomično o snazi momčadi u ligi. Standardna devijacija:
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_n (x_n - \bar{x})^2},$$

3.1.7. ZADACI

Zadatak: Na šahovskom natjecanju sudjelovalo je četiri sudionika. Svaki sa svakim od njih odigrao je po jednu partiju, koliko su ukupno partija oni odigrali?

Rješenje: Ako krećemo sa metodom ispisivanja svih rezultata tko je s kim igrao nespretnim odgovorom dobit ćemo da je svaki sudionik odigrao po tri partije i da je ukupno odigrano 12 partija! (rezonirajući: četvero djece po tri partije). Zadatak je lak ali i koristan

jer se može primjeniti teorija kombinatorike. Ukupan broj odigranih partija je kombinacija drugog razreda od 4 elementa, tj. $\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$.

Zadatak: Koliko utakmica u grupi s n momčadi treba organizirati?

Rješenje: Niz trokutnih brojeva nalazimo u Pascalovom trokutu tik do niza prirodnih brojeva, tzv. „treća dijagonala“ ili „treći stupac“. Inače, formula općeg člana niza trokutnih brojeva je upravo $T(n) = \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n+1)$

n=0	1						
n=1	1	—	1				
n=2	1	—	2	—	1		
n=3	1	—	3	—	3	—	1
n=4	1	—	4	—	6	—	4 — 1
n=5	1	—	5	—	10	—	10 — 5 — 1
n=6	1	—	6	—	15	—	20 — 15 — 6 — 1

Tako primjerice, za n = 4 treba odigrati 6 utakmica.

Zadatak: Šest učenika imaju tri stola za igranje stolnog tenisa. Na koliko načina oni mogu odigrati svi po jedan meč međusobno?

Rješenje: Svaki način napisati ćemo u obliku 3 para. Označimo li učenike brojevima od 1 do 6 onda svih 6 učenika mogu igrati odjednom tri meča – po jedan par na jednom od 3 stola za stolni tenis. Zadržavajući ista tri para, a mijenjajući stolove za stolni tenis dobit ćemo 6 različitih mogućnosti. Ako sa a, b i c označimo stolove za stolni tenis, onda tih 6 mogućnosti su: (a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b) i (c, b, a).

Kako svaki učenik treba odigrati po jedan meč sa preostalih 5 učenika to je ukupan broj mogućnosti:

$$6 \cdot 5 = 30 \text{ mogućnosti.}$$

Zadatak: Dvije košarkaške momčadi su odustale u toku turnira. Do tada je jedna od njih odigrala 10 mečeva, a druga samo jedan. Na turniru je odigrano ukupno 55 mečeva. Saznajte, da li su te dvije momčadi, koji su odustale, igrale međusobno!

Rješenje: Momčadi su međusobno igrale! Ako ne bi igrale međusobno, tada broj momčadi x zadovoljava jednadžbu:

$$\begin{aligned} x \cdot (x - 1) : 2 + 11 &= 55 \\ x^2 - x &= 44 \end{aligned}$$

Kako rješenja ove jednadžbe nisu prirodni brojevi, zaključujemo da su igrale.

Sukladno tome, ako su one igrale između sebe jednadžba:

$$\begin{aligned} x \cdot (x - 1) : 2 + 10 &= 55 \\ x^2 - x &= 45 \end{aligned}$$

ima jedno pozitivno rješenje, $x = 10$.

Zadatak: Tenisači Marko, Nikica i Petar igrali su tromeč. Pobjednik tromeča stiče pravo sudjelovanja na masters turniru za prvenstvo svijeta. Ne čekajući da se završe mečeve, jedan novinar je javio svojoj redakciji da je: prvi Marko, nije prvi Nikica i da Petar neće biti posljednji. Poslije završetka mečeva ispostavilo se da je novinar pogodio uspjeh samo jednog tenisača. Kakav je redoslijed na završetku tromeča?

Rješenje: Zadatak ćemo rještiti upotrebom nejednakosti. Označimo li sa m , n i p redne brojeve mjesta koje su osvojili šahisti, zbog prvih slova njihovih imena Marko, Nikica i Petar. Znači, m , n i p su prirodni brojevi manji od 4.

Iz prognoze novinara proizlazi da je $m = 1$, $2 \leq n < 3$, te $1 < p < 2$. Ako bi bilo točno samo da je $m = 1$ onda bismo dobili i $n = 1$, te $p = 3$. Negacija izraza $2 \leq n < 3$ je $n = 1$. Ovo je nemoguće.

Ako bi bilo točno da je $2 \leq n \leq 3$ onda bismo negiranjem prve i treće izjave dobili: $2 \leq m \leq 3$, te $p = 3$. Ovo je nemoguće jer proizlazi da nijedan nije osvojio prvo mjesto.

Ako je točna samo treća izjava $1 \leq p \leq 2$ onda je $1 \leq m \leq 3$, te $n = 1$. Odatle dobivamo rješenje da je $n = 1$, $p = 2$, te $m = 3$, tj. prvi je Nikica, drugi Petar i treći Marko.

Zadatak: U svlačionici na nogometnom stadionu nalaze se tri žaruljice. U hodniku su tri odgovarajuća prekidača za ove žaruljice, no ne znamo kako su spojene. Iz hodnika se ne vide žaruljice. Možemo se zadržati u hodniku koliko hoćemo i možemo paliti i gasiti prekidače, ali kada uđemo u prostoriju, tada više ne smijemo dirati prekidače. Trebate pogoditi za svaku žaruljicu odgovarajući prekidač.

Rješenje: Stisnemo bilo koji prekidač i čekamo primjerice desetak minuta. Vratimo ovaj prekidač u prvobitni položaj, a zatim stisnemo neki drugi. Uđemo unutra. Zadnji pritisnuti prekidač odgovara žaruljici koja svijetli. Pipnemo preostale dvije žaruljice. Ona koja je još vruća odgovara prvom pritisnutom prekidaču, a ova treća, hladna, odgovara prekidaču koji nismo dirali.

Zadatak: Popuni tablicu natjecanja

Momčad	Utakmica	Pobjede	Neodlučeno	Izgubljeno	Dani golovi	Primljeni golovi	Bodovi
Anderlecht	2				5	1	3
Bayern	2				2		1
Celtics	2				3	2	4

Rješenje: Prisjetimo se pravila - pobjeda donosi 3 boda, a za neodlučeno svaka momčad dobiva 1 bod. Također, broje se golovi i uspoređuje se ukupni broj golova.

Stoga, za Anderlecht koji ima osvojena 3 boda razmatramo slijedeću situaciju. Označimo li sa P – pobjedu, sa N – neodlučeno i sa I – izgubljeno, proizlazi $P \cdot 3 + N \cdot 1 + I \cdot 0 = 3$. Kombinacije koje su moguće sa dvije odigrane utakmice su:

Pobjede	Neodlučeno	Izgubljeno	Bodovi
2	0	0	6
0	2	0	2
0	0	2	0
1	1	0	4
1	0	1	3
0	1	1	1

Temeljem toga bodovi za Anderlecht mogu biti 6, 4, 3, 2, 1, 0, te zaključujemo da je pobijedio i izgubio po jednu utakmicu. Dok za Bayern zaključujemo da je izgubio i neodlučeno odigrao po jednu utakmicu, te za Celtics zaključujemo da je pobijedio i neodlučeno odigrao po jednu utakmicu.

Promatranjem danih golova za sva tri kluba dolazimo do zbroja od $5 + 2 + 3 = 10$. Sukladno tomu ako je danih golova 10, onda je primljenih u ukupnom zbroju opet 10. Temeljem toga primljeni golovi od Anderlecht i Celtics su 5, te zaključujemo da je onda Bayern morao primiti $10 - (1 + 2) = 7$ golova.

Momčad	Utakmica	Pobjede	Neodlučeno	Izgubljeno	Dani golovi	Primljeni golovi	Bodovi
Anderlecht	2	1	0	1	5	1	3
Bayern	2	0	1	1	2	7	1
Celtics	2	1	1	0	3	2	4

Zadatak: Promotri zadanu tablicu, te odgovori. Koliko je utakmica odigrano, koliko još utakmica nedostaje, te koji su mogući konačni poretci?

Momčad	Bodovi
Dinamo	6
Anderlecht	4
Celtics	1
Bayern	0

Rješenje: Koliko je utakmica odigrano? Preko zbroja bodova $6 + 4 + 1 + 0 = 11$ zaključujemo da je kombinacija iz jednadžbe $P \cdot 3 + 2 \cdot N = 11$, te slijedi $11 : 3 = 3.66$. Dijelimo sa 3 da dobijemo koliko je bilo pobjeda (jer je 3 boda za pobjednika + 0 za poraženog = 3 ukupno bodova). Stoga je odigrano 4 utakmice. Sukladno tome od 4 utakmice, 3 utakmice su odlučene dok je jedna neodlučena (jer je neodlučeno 2 / 3 pobjede). Slično i preko rješavanja diofantske jednadžbe dakle.

Pobjede	Neodlučeno	Ukupno
3	3	15
3	2	13
3	1	11
3	0	9
2	2	10
2	1	8
2	0	6
1	1	5
1	0	3

Potpuna tablica bi izgledala:

Momčad	Utakmica	Pobjede	Neodlučeno	Izgubljeno	Bodovi
Dinamo	2	2	0	0	6
Anderlecht	2	1	1	0	4
Celtics	2	0	1	1	1
Bayern	2	0	0	2	0

Kako je odigrano 4 utakmice, potrebno je još odigrati 2 utakmice.

Mogući konačni poretci su:

Dinamo 9, Anderlecht 4, Bayern 3, Celtics 1;

Dinamo 9, Anderlecht 4, Celtics 2, Bayern 1;

Dinamo 9, Anderlecht 4, Celtics 4, Bayern 0;

Dinamo 7, Anderlecht 5, Bayern 3, Celtics 1;

Dinamo 7, Anderlecht 5, Celtics 2, Bayern 1;

Dinamo 7, Anderlecht 5, Celtics 4, Bayern 0;

Anderlecht 7, Dinamo 6, Bayern 3, Celtics 1;

Anderlecht 7, Dinamo 6, Celtics 2, Bayern 1;

Anderlecht 7, Dinamo 6, Celtics 4, Bayern 0.

Zadatak: Pokušajmo sada vidjeti kako to izgleda bez da igrači odigraju natjecanje. Zanima nas na koliko se različitih načina može podijeliti zlatna, srebrna i brončana medalja između osam natjecatelja?

Rješenje: Stoga podsjetimo se na koliko se načina može poredati k različitih elemenata iz skupa od n elemenata? Prvi element možemo odabrati na n načina. Nakon toga, drugi element možemo odabrati na $n - 1$ način, jer mora biti različit od prvog. Treći možemo odabrati na $n - 2$ načina. Posljednji, k -ti na $n - (k - 1)$ način. Zato je ukupan broj načina jednak $n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$. Uređena k -torka različitih elemenata istog skupa $S = \{a_1, \dots, a_n\}$ naziva se varijacijom k -tog razreda u skupu od n elemenata. Pri tome mora biti $k \leq n$. Broj varijacija označavamo $V_n^k = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)$. Prema tome, riječ je o varijacijama trećeg razreda u skupu od osam elemenata. Zato je traženi broj $N = V_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

Svakako je korisnije zapamtiti način na koji smo došli do ovog broja, nego samu formulu. Moramo biti sigurni da razumijemo princip uzastopnog prebrojavanja: Zlatnu medalju možemo podijeliti na 8 načina, srebrnu na 7 načina (među preostalih 7 natjecatelja), te brončanu medalju na 6 načina (među preostalih 6 natjecatelja). Zbog toga je broj različitih načina za dodjelu sve tri nagrade jednak $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$.

Zadatak: Antun, Barbara i Cvjetko organizirali su šahovski tromječ. Prije natjecanja dali su prognoze o redoslijedu na kraju natjecanja. Antun je prognozirao redoslijed: Antun, Barbara, Cvjetko. Barbara je prognozirala Barbara, Antun, Cvjetko. Cvjetko je prognozirao redoslijed: Cvjetko, Antun, Barbara. Na završetku tromječa ispostavilo se da je samo jedan natjecatelj pogodio točno mjesto samo jednog natjecatelja, a sve ostale prognoze bile su netočne. Kakav je bio redoslijed na kraju tromječa?

Rješenje: Pretpostavimo prognoze u obliku AntunBarbaraCvjetko - ABC, BAC i CAB. Vidi se da je svako prognozirao svoju pobjedu. Dakle, pobjednik tromječa je pogodio svoj plasman, a nitko nije dobro prognozirao drugoplasiranog i trećeplasiranog. Iz prognoza se vidi da nitko nije predvidio da je Cvjetko drugi, niti da je Antun treći. Prema tome na kraju tromječa redoslijed je bio: Barbara, Cvjetko i Antun (BCA).

Prognoza	1. mjesto	2. mjesto	3. mjesto
Antuna	A	B	C
Barbare	B	A	C
Cvjetka	C	A	B
Točna	B	C	A

Zadatak: Na šahovskom natjecanju odigrano je 45 partija. Koliko je natjecatelja sudjelovalo, ako je svaki sa svakim odigrao samo po jednu partiju?

Rješenje: Ako je na natjecanju sudjelovalo x natjecatelja onda je svaki natjecatelj odigrao $x - 1$ partiju (nije igrao sam sa sobom, zato je jedna partija manje od broja natjecatelja). Ukupan broj partija dobiva se kada se

$$(x - 1) \cdot x \text{ podijeli sa } 2$$

(partija je računata dvaput kao A protiv B i B protiv A).

Znači, ukupan broj partija na tom natjecanju je:

$$(x - 1) \cdot x : 2 = 45, \text{ tj.}$$

$$(x - 1) \cdot x = 90.$$

Kako su x i $(x - 1)$ dva uzastopna prirodna broja da bi njihov umnožak bio 90, treba biti 9 i 10.

Dakle, na natjecanju je sudjelovalo 10 natjecatelja.

Zadatak: Na natjecanju s 16 sudionika odredi protivnika sudioniku s posljednjim natjecateljskim brojem, dakle 16, u 10.kolu.

Rješenje: Za $K = 10$ i $N = 16$ slijedi, $y = \frac{10+16}{2} = 13$. Dakle, igra protiv sudionika s natjecateljskim brojem 13.

Zadatak: Odredi protivnika sudioniku s natjecateljskim brojem 8 u 12. kolu na natjecanju s 16 sudionika!

Rješenje: Za $K = 12$ i $x = 8$ slijedi, $K - x = 12 - 8 = 4$. Dakle, za $N = 16$ slijedi, $y = K - x + N = 12 - 8 + 1 = 5$, proizlazi da igra protiv igrača s natjecateljskim brojem 5.

Zadatak: Odredi redni broj kola u kojem se sastaju sudionici s natjecateljskim brojevima 16 i 5 na natjecanju s 16 sudionika!

Rješenje: Za $N = 16$, $x = 16$ i $y = 5$ slijedi, $2 \cdot y = 2 \cdot 5 = 10$, što je manje od 16, pa proizlazi, $K = 2 \cdot 5 - 1 = 10 - 1 = 9$. Dakle sudionici se sastaju u 9. kolu!

Zadatak: Odredi redni broj kola u kojem se sastaju sudionici s natjecateljskim brojevima 5 i 8 na natjecanju s 16 sudionika!

Rješenje: Za $N = 16$, $x = 5$ i $y = 8$ slijedi, $x + y = 5 + 8 = 13$, što je manje od 16, pa proizlazi $K = x + y - 1 = 5 + 8 - 1 = 12$. Dakle sudionici se sastaju u 12. kolu!

Zadatak / rješenje: Hipotetska liga s momčadima jednake snage, slijedi prosječno $11/8$ bodova svake momčadi po utakmici te se dobiva $\sigma = 1.32 \sqrt{N}$. Primjerice ako je $N=38$ (liga s 20 momčadi) dobije se standardna devijacija od otprilike 8.1 bodova. Realno, σ veća (niža i šira krivulja funkcije gustoće).

4. SHEVENINGENSKI (ŠEVENIŠKI) SUSTAV

Sheveningenski (ševeniški) sustav prvi put je korišten 1923. godine u Sheveningenu (Nizozemska). Ideja je bila da se ekipa od deset nizozemskih igrača mogla suočiti s deset stranih majstora, s namjerom da se igrači u ekipi okušaju sa jakom konkurencijom.

Ševeniški sustav, koji je sličan kružnom sustavu, koristi se za momčadske susrete. U tom sustavu svaki igrač jedne ekipe igra sa svakim igračem iz protivničke ekipe, a igrači iz iste ekipe međusobno ne igraju. Kao i kod drugih turnirskih sustava i ovdje postoje osnovna načela, a vrijednost pojedinih varijanti određuje se ovisno u kojoj su mjeri ista ispunjena.

Načela ševeniškog sustava su:

- a) obje ekipe trebale bi imati u jednakom broju partija bijele i crne figure;
- b) svaki igrač bi trebao imati jednak broj puta bijele i crne figure;
- c) u svakom kolu obje ekipe bi trebale imati u jednakom broju partija bijele i crne figure;
- d) svakom igraču se treba naizmjenično mijenjati boja figura iz kola u kolo.

Obredit ćemo tri varijante ševeniškog sustava: klasična, moderna i unaprijeđena varijanta Richarda Furnessa.

4.1. KLASIČNA VARIJANTA

Klasična varijanta u odnosu na modernu ne ispunjava treće spomenuto načelo, ali se ipak često primjenjuje na brzopoteznim ekipnim turnirima zbog njene jednostavne primjene. Prije početka natjecanja najprije se ždrijebom odredi koja će ekipa biti prva ekipa (A), a koja druga (B). Zatim igrači u jedne i druge ekipe izvlače ždrijebom natjecateljske brojeve od 1 do n (n je broj ploča na koliko se igra meč). Time je određen redoslijed igranja svakog igrača sa svim protivničkim igračima kao i broja figura, prema shemi koja vrijedi za ovaj sistem.

Tako se za n=6 natjecanje provodi po sljedećoj shemi (donja tablica) u kojoj se horizontale odnose na sudionike ekipe A, a vertikalne na sudionike ekipe B. Redni broj kola u kome se jedan igrač ekipe A sastaje sa nekim igračem ekipe B nalazi se u presjeku njegove horizontalne sa određenom vertikalom, a boja figura igrača ekipe A dana je bojom tog polja.

Pomicanja se vrše kako je prikazano u tablici 4.15 na primjeru dviju ekipa sa šest igrača.

A\B	B1	B2	B3	B4	B5	B6
A1	1	2	3	4	5	6
A2	6	1	2	3	4	5
A3	5	6	1	2	3	4
A4	4	5	6	1	2	3
A5	3	4	5	6	1	2
A6	2	3	4	5	6	1

A\B	B1	B2	B3	B4	B5	B6
A1	*					
A2		*				
A3			*			
A4				*		
A5					*	
A6						*

Tablica: Ilustracija klasične varijante za dvije ekipe sa šest igrača

1. kolo	2. kolo	3. kolo	4. kolo	5. kolo	6. kolo
A1-B1	B2-A1	A1-B3	B4-A1	A1-B5	B6-A1
A2-B2	B3-A2	A2-B4	B5-A2	A2-B6	B1-A2
A3-B3	B4-A3	A3-B5	B6-A3	A3-B1	B2-A3
A4-B4	B5-A4	A4-B6	B1-A4	A4-B2	B3-A4
A5-B5	B6-A5	A5-B1	B2-A5	A5-B3	B4-A5
A6-B6	B1-A6	A6-B2	B3-A6	A6-B4	B5-A6

Tablica: Ilustracija klasične varijante za dvije ekipe sa šest igrača

Iz Tablice 4.1.1. lako je vidljivo kako se sastavlja shema: u svakoj horizontali ispisujemo brojeve od jedan do šest, počinjući od polja na glavnoj dijagonali (obilježena na Tablici 4.1.2. Točkama) po prirodnom nizu, s tim što kad dođemo do kraja horizontale nastavljamo pisanje od početka te horizontale, opet s lijeva u desno. Tako će u svakoj horizontali biti ipisani svi brojevi od 1 do 6. Boja figura u pojedinim susretima određena je bojom polja koje određuje taj susret, a polja su obojena naizmjenično kao polja na šahovnici.

Na isti način se sastavlja shema, pa prema tome i tablice, za meč po Ševeniškom sustavu za bilo koji broj ploča.

Ovaj način odigravanja mečeva po Ševeniškom sustavu pogodan je i najčešće se primjenjuje u brzopoteznim natjecanjima, jer je tehnički brzo i lako izvodljiv i to na taj način što igrači ekipe A stalno sjede za svojim pločama, a igrači ekipe B pomiču se u svakom kolu za jedno mjesto, takod a uvijek igrač sa prve počne prelazi na posljenju, dok se ostali igrači te ekipe pomiču za jednu ploču unaprijed. Boja figura naizmjenično se mjenja, tako da u prvom kolu svi igrači ekipe A imaju bijele figure, kao i u svim neparnim kolima, dok u svim parnim kolima svi igrači te ekipe igraju crnim.

Međutim ovaj način odigravanja mečeva po Ševeniškom sustavu ima i ozbiljan nedostatak što je u pojedinim kolima jedna ekipa uvijek u nadmoći nad drugom i to ona koja u tom kolu igra bijelim figurama. Stoga rezultat pojedinih kola, kada se izdvojeno promatra, ne predstavlja realan odnos snaga, a može loše djelovati i na moral ekipe koja u tom kolu igra sve partije crnim figurama

4.2. MODERNA VARIJANTA

Ova varijanta nastala je u nastojanju da se udovolji svim osnovnim načelima ševeniškog sustava. Treće načelo potpuno je ispunjeno kad su u pitanju ekipe sa 4, 6 ili 8 igrača. Istina, primjenom ove varijante donekle je narušeno četvrto načelo, jer se nekim igračima boja figura ponavlja u susjednim kolima. S obzirom da se to događa i u drugim turnirskim sustavima, to je zasigurno manji nedostatak od nedostatka u klasičnoj varijanti gdje svi članovi jedne ekipe u pojedinom kolu imaju istu boju figura. Ova se varijanta često naziva i varijantom majstora Đaje, uglednog međunarodnog šahovskog suca, koji je tvorac varijante.

1. kolo	2. kolo	3. kolo	4. kolo
A1-B1	B2-A1	A1-B3	B4-A1
A2-B2	B1-A2	A2-B4	B3-A2
B3-A3	A3-B4	B1-A3	A3-B2
B4-A4	A4-B3	B2-A4	A4-B1

Tablica: Ilustracija moderne varijante za dvije ekipe sa četiri igrača

1.kolo	2. kolo	3. kolo	4. kolo	5. kolo	6. kolo
B1-A1	B2-A1	A1-B3	A1-B4	B5-A1	A1-B6
B5-A2	A2-B1	A2-B2	B6-A2	B4-A2	A2-B3
A3-B4	B3-A3	B1-A3	A3-B5	A3-B6	B2-A3
A4-B2	B4-A4	B6-A4	A4-B1	B3-A4	A4-B5
A5-B3	A5-B6	B5-A5	B2-A5	A5-B1	B4-A5
B6-A6	A6-B5	A6-B4	B3-A6	A6-B2	B1-A6

Tablica: Ilustracija moderne varijante za dvije ekipe sa šest igrača

1. kolo	2. kolo	3. kolo	4. kolo	5. kolo	6. kolo	7. kolo	8. kolo
A1-B1	B2-A1	A1-B3	B4-A1	A1-B5	B6-A1	A1-B7	B8-A1
A2-B2	B3-A2	A2-B4	B1-A2	A2-B6	B7-A2	A2-B8	B5-A2
A3-B3	B4-A3	A3-B1	B2-A3	A3-B7	B8-A3	A3-B5	B6-A3
A4-B4	B1-A4	A4-B2	B3-A4	A4-B8	B5-A4	A4-B6	B7-A4
B5-A5	A5-B6	B7-A5	A5-B8	B1-A5	A5-B2	B3-A5	A5-B4
B6-A6	A6-B7	B8-A6	A6-B5	B2-A6	A6-B3	B4-A6	A6-B1
B7-A7	A7-B8	B5-A7	A7-B6	B3-A7	A7-B4	B1-A7	A7-B2
B8-A8	A8-B5	B6-A8	A8-B7	B4-A8	A8-B1	B2-A8	A8-B3

Tablica: Ilustracija moderne varijante za dvije ekipe s osam igrača

4.3. UNAPRIJEĐENA VARIJANTA RICHARDA FURNESSA

Iz osnovnih načela ševeninškog sustava vidljivo je da se ovakvi mečevi trebaju igrati s parnim brojem igrača u svakoj ekipi. Međutim, vrlo često su se organizirali mečevi s devet igrača u ekipi, što je minimalni broj kola natjecanja na kojem se mogu osvajati norme za međunarodne titule. Igrali su se po klasičnoj varijanti ševeninškog sustava. Budućim organizatorima takvog meča za preporuku je unaprijeđena varijanta Richarda Furnessa ševeninškog sustava. Ilustracija te varijante je prikazana u tablici 4.19.

1. kolo	2. kolo	3. kolo	4. kolo	5. kolo	6. kolo	7. kolo	8. kolo	9. kolo
A1-B1	B1-A9	A1-B3	B1-A7	A1-B5	B1-A5	A1-B7	B1-A3	B9-A1
A2-B2	B2-A1	A2-B4	B2-A8	A2-B6	B2-A6	A2-B8	B2-A4	A2-B1
A3-B3	B3-A2	A3-B5	B3-A9	A3-B7	B3-A7	A3-B9	B3-A5	A3-B2
A4-B4	B4-A3	A4-B6	B4-A1	A4-B8	B4-A8	A4-B1	B4-A6	B3-A4
A5-B5	B5-A4	A5-B7	B5-A2	A5-B9	B5-A9	A5-B2	B5-A7	A5-B4
A6-B6	B6-A5	A6-B8	B6-A3	A6-B1	B6-A1	A6-B3	B6-A8	B5-A6
A7-B7	B7-A6	A7-B9	B7-A4	A7-B2	B7-A2	A7-B4	B7-A9	A7-B6
A8-B8	B8-A7	A8-B1	B8-A5	A8-B3	B8-A3	A8-B5	B8-A1	B7-A8
A9-B9	B9-A8	A9-B2	B9-A6	A9-B4	B9-A4	A9-B6	B9-A2	A9-B8

Tablica: Ilustracija unaprijedene varijante Richarda Furnessa

Na ekipnim natjecanjima izuzetno je nezgodno kad na turniru nastupa neparan broj. Problem je još izraženiji ako se mečevi među ekipama igraju po ševeniškom sustavu. U tablici 4.20 navodi se način igranja za 3 ekipe koji omogućuje da se sve partije odigraju bez ekipa koje pauziraju. Takav način i znatno skraćuje turnir, jer se cijeli turnir odigra u vremenu predviđenom za dva, a ne tri kola. Svaka se ekipa treba podijeliti u dva dijela, te takve ²poluekipe²igraju prema rasporedu iz tablice 4.20.

1. polukolo	AI-BI	CI-AII	BII-CII
2. polukolo	AI-BII	CII-AII	BI-CI
3. polukolo	CI-AI	AII-BII	BI-CII
4. polukolo	CII-AI	AII-BI	BII-CI

Tablica: Ilustracija igranja triju ekipa po ševeniškom sustavu bez pauziranja

Saint Louis Kings vs Queens 2011																						
Saint Louis, 9-15.09.2011		<table><tr><td>Nakamura, Hikaru</td><td>2753</td><td>4,5</td></tr><tr><td>Stopa, Jacek</td><td>2482</td><td>3,5</td></tr><tr><td>Arnold, Marc Tyler</td><td>2505</td><td>2,5</td></tr><tr><td>Finegold, Benjamin</td><td>2489</td><td>2,5</td></tr><tr><td>Cao, Kevin Y</td><td>2120</td><td>1,5</td></tr></table>						Nakamura, Hikaru	2753	4,5	Stopa, Jacek	2482	3,5	Arnold, Marc Tyler	2505	2,5	Finegold, Benjamin	2489	2,5	Cao, Kevin Y	2120	1,5
		Nakamura, Hikaru	2753	4,5																		
		Stopa, Jacek	2482	3,5																		
		Arnold, Marc Tyler	2505	2,5																		
		Finegold, Benjamin	2489	2,5																		
		Cao, Kevin Y	2120	1,5																		
1	Kosteniuk, Alexandra	2469	0	1	1	½	1	3,5														
2	Lahno, Kateryna	2554	0	½	½	½	1	2,5														
3	Fierro Baquero, Martha Lorena	2378	0	0	0	½	1	1,5														
4	Zatonskih, Anna	2508	½	0	1	0	0	1,5														
5	Krush, Irina	2472	0	0	0	1	½	1,5														

4.4. PRIMJENA ŠEVENIŠKOG SUSTAVA NA NATJECANJIMA

Meč između dviju ekipa po Ševeniškom sustavu može, pod uvjetom da se igra na veći broj tabli, poslužiti istovremeno i kao pouzdano mjerilo za upoređivanje pojedinačnih uspjeha. S obzirom na činjenicu da svi igrači jedne ekipe igraju sa svim igračima druge ekipe može se ekipni meč poromatirati sa aspekta pojedinačnog turnira igrača jedne ekipe i pojedinačnog turnira igrača druge ekipe, na kojima je svaki igrač na jednom od tih turnira, igrao sa istim protivnicima. Prema tome, individualni plasman igrača jedne ekipe odredit će se prema broju postignutih bodova. Ovakvo uspoređivanje uspjeha utoliko je realnije ukoliko je veći broj tabli na kojim se igra meč, tj. ukoliko su igrači odigrali veći broj partija. Na osnovu ove činjenice moguće je igrati pojedinačne predfinalne turnire, koji se igraju u dvije grupe po ovom sistemu i to na taj način, što se igrači rasporede u dvije grupe podjednake po broju i po mogućnosti podjednake jakosti, pa grupe između sebe igraju meč po Ševeniškom sustavu. Ukoliko su grupe jednake jačine, rezultat meča u idealnom slučaju, bit će neriješen. U tom slučaju za finalni turnir kvalificirao bi se iz svake grupe podjednak broj igrača. Međutim, ako rezultat meča nije neriješen, onda su jačine grupa izražene rezultatom meča, odnosno proporcionalne postignutim bodovima.

Ovu proporcionalnost možemo matematički lako izraziti. Neka je f ukupan broj finalista, od kojih bi se f_1 kvalificirao iz prve- a f_2 iz druge grupe i pretpostavimo da je prva grupa postigla p_1 a druga p_2 bodova od ukupno b mogućih bodova u meču koji se igrao na n ploča. Tada postoje slijedeće proporcije:

$$f_1 : f = p_1 : n_2 \quad \text{ i } \quad f_2 : f = p_2 : n_2$$

odakle je

$$f_1 = \frac{f}{n^2} p_1 \quad \text{ i } \quad f_2 = \frac{f}{n^2} p_2$$

4.5. ZADACI

Zadatak / Rješenje: Tako, na primjer, ako je rezultat meča (po 12 igrača u grupi) 96:48, a puštamo ukupno 6 igrača u finale, iz gornjih obrazaca dobivamo broj igrača koji treba pustiti iz jedne i broj koji treba pustiti iz druge grupe:

$$f_1 = \frac{6}{12^2} 96 = 4 \quad \text{ i } \quad f_2 = \frac{6}{12^2} 48 = 2$$

Najčešće prilikom ovih izračunavanja neće se dobiti cijeli brojevi. Tada se vrše već uobičajena zaokruživanja. Tako, na primjer, ako je broj igrača 16, a ukupno 10 puštamo u finale ($f = 10$), pri rezultatu 150:106 dobivamo: $f_1 = 5.84$ i $f_2 = 4.16$ što poslije zaokruživanja daje: $f_1 = 6$ i $f_2 = 4$.

5. KUP SUSTAV

Najznačajniji predstavnik eliminacijskih sustava je kup sustav. Može se primijeniti i na pojedinačnim i na ekipnim natjecanjima. Svaki je susret od iznimne važnosti jer pobjednik nastavlja s natjecanjem dok je poraženi eliminiran. Ovaj oblik koristi se vrlo često i to podjednako u profesionalnom, amaterskom i rekreativnom sportu. Igranjem turnira po ovom sustavu značajno se smanjuje trajanje natjecanja. Kod ekipnih natjecanja najčešće se igra jednostruki kup, dok se kod pojedinačnih natjecanja prakticira odigravanje kratkih mečeva. Vrlo je pogodan za natjecanja kraćeg trajanja na kojima može učestvovati velik broj sudionika. Kup sustav idealan je za natjecanja u kojima se želi izbjeći velik broj susreta. To je ujedno i nedostatak ovakvog sustava, jer se većina sudionika takmiči u malom broju susreta. Točnije, polovica sudionika ispada već nakon prvog kola. Turniri po ovom sustavu igrali su se početkom prošlog stoljeća, a razvitkom znatno popularnijeg švicarskog sustava gotovo je skroz potisnut. Razlog je što se igranjem po ovom sustavu dobiva realan pobjednik turnira, dok poredak ostalih učesnika nije određen. Drugi razlog koji ograničava primjenu ovog sustava je što bi uvjet o potrebnom broju odigranih partija za osvajanje normi za titule imali samo igrači koji bi igrali u samoj završnici, a kod manjeg broja kola niti oni. Zbog svoje realnosti, kad je riječ o pobjedniku turnira, ovaj sustav dugo je egzistirao u završnici svjetskog prvenstva, gdje se i danas primjenjuje.

Za odigravanje natjecanja po kup sustavu najpovoljniji je slučaj kad je broj učesnika potencija broja 2. Ovo svakako nije nikakav ograničavajući čimbenik primjene ovog sustava, jer se odigravanjem jednog predkola lako broj učesnika svodi na prvu nižu potenciju broja 2.

Formati kup sustava variraju s obzirom na broj sudionika. Idealni broj sudionika su potencije broja dva. Točnije, 4, 8, 16, 32, 64, 128 itd. sudionika.

Broj sudionika	Broj susreta
4	3
8	7
16	15
32	31
64	63
128	127

Tablica: broj susreta odigrava na natjecanjima s ovakvim brojem natjecatelja

Ovaj broj sudionika omogućuje da u svakom kolu nastupaju svi sudionici s tim da u završnom susretu ostaju samo dvoje najuspješnijih. Ako broj sudionika nije idealan, tada se određuju sudionici koji će u prvom kolu biti slobodni, da bi već u drugom broj sudionika bio idealan. Naprimjer, ako je na nekom natjecanju 30 natjecatelja, a idealan nam je broj 32, tada ćemo u prvom kolu odrediti dvoje „slobodnih“ koji će se direktno plasirati u drugo kolo. Kada se radi o natjecanju na kojem se takmiče sportaši ili ekipe koji su rangirani prema nekom kriteriju kvalitete, tada je moguće izbjeći da se najbolji sudionici sastanu u prvim kolima. To se radi na način da se prema nekom kriteriju (npr. rang-lista u tenisu) odrede nositelji turnira.

Broj sudionika	Broj nositelja
8	2
16	4
32	8
64	16
128	32

Tablica: Broj nositelja s obzirom na broj sudionika na natjecanju

Najjednostavniji način igranja po kup sustavu je da se izvlačenjem turnirskih brojeva učesnici uvrste u turnirsku tablicu te da se sastaju susjedni brojevi u tablici počevši od broja 1. U slijedećem kolu sastaju se pobjednici susjednih mečeva i tako se vrši eliminacija dok se ne dobije pobjednik.

Druga mogućnost koja se dugo primjenjivala na europskim kupovima je da se protivnici određuju žrijebom i u slijedećim kolima pa se na ovaj način izbjegava loš žrijeb kroz cijeli turnir.

Da bi se eliminirala mogućnost sastajanja jakih igrača u prvim kolima običavalo se dirigirati žrijeb za dio učesnika. Na ovaj način bi se turnir poprilično ujednačio po snazi u svakom svom dijelu pa se ovako igralo sve donedavno i u ciklusu za svjetsko prvenstvo. I ovakav način pokazao je svoje nedostatke, jer se zna desiti da nositelji u jednom dijelu brzo ispadnu pa se naruši snaga pojedinih dijelova turnira.

Da bi se shvatila današnja razmišljanja o kup sustavu ovdje su navedene dvije najmodernije varijante. Prva je primijenjena na zadnjem pojedinačnom prvenstvu svijeta, a druga je najnovija verzija kupa za igranje grand prix-a

Na pojedinačnom prvenstvu svijeta vrši se rangiranje igrača tako da broj 1 dobiva svjetski prvak a ostali se rangiraju prema tekućoj rejting listi. U prvom kolu igrač rangiran pod brojem 1 paruje se s najniže rangiranim igračem (broj 128). Igrač broj 2 paruje se s igračem broj 127, itd., do posljednjeg para prvog kola gdje se paruju igrači pod brojevima 64 i 65. Isto se načelo slijedi do kraja natjecanja, s tim da ako niže rangirani igrač pobjedi više rangiranog preuzima njegovo mjesto u turnirskoj tablici.



Kod igranja natjecanja za svjetski grand prix svjetski prvak se uvrštava u turnirsku tablicu pod brojem 1, dok trojica najviše rangiranih igrača s tekuće rejting liste dobivaju redom turnirske brojeve 32, 17, i 16. Slijedeća četiri najviše rangirana igrača uvrštavaju se u turnirsku tablicu redom pod brojevima 8, 9, 24 i 25. Igrači rangirani od devetog do šesnaestog mjesta dobivaju turnirske brojeve 4, 5, 12, 13, 20, 21, 28 i 29, a brojevi im se određuju žrijebom. Slijedećoj osmorici po rangi dodijeljuju se žrijebom brojevi 3, 6, 11, 14, 19, 22, 27, i 30, a osmorici s najnižim rangom žrijebom se dodijeljuju turnirski brojevi 2, 7, 10, 15, 18, 23, 26 i 31.

Sukladno gornjoj tablici prvo kolo ili prvi krug natjecanja naziva se, šesnaestina finala 1/16 u kojoj se natječu svih 32 sudionika, dok se drugo kolo ili drugi krug naziva osmina finala u kojoj se nalaze 16 sudionika. Četvrtfinale $\frac{1}{4}$ je treći stadij natjecanja sa 8 sudionika, dok u polufinalu $\frac{1}{2}$ se natječe 4 sudionika. U finalu dolaze dva najuspješnija sudionika.

Da bi mogli organizirati natjecanje potrebno je poznavati i potenciranje. Potenciranje je aritmetička operacija, koja se svodi na množenje argumenta sa samim sobom ako je potencija pozitivni cijeli broj.

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a}_n = a^n.$$

Oznaku **a** nazivamo **baza**, **n** **eksponent**. Ako sa **n** označimo **broj sudionika na natjecanju**, onda vrijede sljedeći odnosi. **Idealni broj sudionika na natjecanju** je potencija broja 2. Često se natjecanje ne može popuniti do idealnog broja sudionika pa se **broj slobodnih sudionika na natjecanju** računa kao (slijedeća veća potencija broja 2 od **n**) – **n**. Organizatorima je bitno i koliko trebaju mečeva organizirati pa je to određeno da je broj mečeva na natjecanju jednak **n** – 1. **Broj kola na natjecanju** je određen kao (eksponent baze 2 koji raste dok se potencija ne izjednači ili preskoči **n**) Ili za srednjoškolce $\log_2 n$, dok je **broj mečeva u prvom kolu** jednak **n** – 2 ^(slijedeći manji eksponent baze 2) ili za srednjoškolce $n - 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}$.

5.1. ZADACI

Pokušaj sada odgovoriti na postavljene zadatke.

Zadatak: Odredi neke od idealnih brojeva sudionika.

Rješenje: Promotri,

$$\begin{aligned} 2^1 &= 2 = 2 \text{ sudionika,} \\ 2^2 &= 2 \cdot 2 = 4 \text{ sudionika,} \\ 2^3 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ sudionika,} \\ 2^4 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \text{ sudionika,} \\ 2^5 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32 \text{ sudionika.} \end{aligned}$$

Zadatak: Odredi broj slobodnih sudionika za 13 prijavljenih sudionika.

Rješenje: Slijedi za **n** = 13, (slijedeća veća potencija broja 2 od **n**) – **n** = 16 – 13 = 3 slobodna sudionika.

Zadatak: Odredi broj kola na natjecanju za 13 prijavljenih sudionika.

Rješenje: Proizlazi za $n = 13$, (eksponent baze 2 raste dok potencija ne izjednači ili preskoči n) $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$, kako je $13 < 16$ slijedi da treba 4 kola, ili za srednjoškolce $\log_2 n = \log_2 13 = 3.7 \sim 4$.

Zadatak: Odredi broj mečeva za 13 prijavljenih sudionika.

Rješenje: Temeljem gore navedenih odnosa vrijedi da za $n = 13$ treba, $n - 1 = 13 - 1 = 12$ mečeva.

Zadatak: Odredi broj mečeva u prvom kolu za 13 prijavljenih sudionika.

Rješenje: Vrijedi za $n = 13$, $n - 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor}$ (slijedeći manji eksponent baze 2) $= 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$, kako je $13 - 8 = 5$ slijedi da treba biti 5 mečeva prvog kola ili za srednjoškolce $n - 2^{\lfloor \log_2 n \rfloor} = 13 - 2^{\lfloor \log_2 13 \rfloor} = 13 - 8 = 5$.

6. ŠVICARSKI SUSTAV

U današnje vrijeme najviše turnira igra se po švicarskom sustavu. Ovako široku primjenu može se zahvaliti mogućnosti natjecanja velikog broja šahista u relativno malom broju kola. Za razliku od kupa na turnirima igranim po švicarskom sustavu svi igrači se natječu do kraja pa imaju i konačni plasman.

Prvi turnir odigran je prema načelima švicarskog sustava 1895. u Zürichu po ideji J. Mullera. Od osnovne varijante razvio se čitav niz varijanti švicarskog sustava, a sve se mogu svrstati u dvije velike grupe:

nedirigirane - klasične varijante; i

dirigirane - moderne varijante.

U nedirigirane varijante spadaju sve kod kojih se igrači uvrstavaju u turnirsku tablicu žrijebom. Na ovaj način moguće je da se u jednom dijelu tablice nađe puno jakih igrača pa se neminovno stalno sastaju međusobno, dok se u drugom dijelu turnirske tablice međusobno sastaju znatno slabiji igrači. Iz ovog razloga nedirigirane varijante švicarskog sustava gotovo su nestale iz praktične primjene. U primjeni su samo na natjecanjima gdje nije moguće izvršiti rangiranje igrača.

Kod dirigiranih varijanti igrači se u turnirsku tablicu uvrstavaju putem rejtinga. Kod svih ovih varijanti, nakon što su igrači rangirani od najjačeg do najslabijeg, parovi se određuju tako da se jača polovica natjecatelja sastaje sa slabijom polovicom, a taj se načelo zadržava i unutar grupa u narednim kolima. Jasno je da se na ovaj način izbjegava osnovni nedostatak nedirigiranih varijanti, jer se jači igrači sastaju međusobno tek nakon što se iz pojedinih grupa eliminiraju slabiji natjecatelji pa je njihovo sparivanje neizbježno. Kao bitan razlog primjene dirigiranih varijanti švicarskog sustava je i taj što je FIDE prihvatila šest provjerenih programa za parovanje tim varijantama, korištenje kojih je veliko olakšanje prilikom parovanja, ali i u izradi izvješća po završetku turnira.

Kao i svi turnirski sustavi i švicarski sustav ima svoja osnovna načela koja treba slijediti u što većoj mjeri. To su:

1. broj kola treba unaprijed odrediti;
2. dva igrača mogu međusobno igrati samo jednom;
3. parovi se određuju na način da se sastaju igrači s istim ili najbližim brojem bodova;
4. kad je moguće, igraču se dodjeljuju bijele figure onoliko puta koliko su mu puta dodijeljene crne figure;
5. kad je moguće, igraču se dodjeljuje suprotna boja od one koju je imao u prethodnom kolu.

Pored navedenog potrebno je još napomenuti da se kod ekipnih natjecanja igranih po švicarskom sustavu osnovna načela svode samo na prva tri. Tada se rasparivanje zbog boje figura ne primjenjuje. Ovu različitost treba imati na umu da se ne bi koristila varijanta predviđena za ekipna natjecanja na pojedinačnom natjecanju ili obrnuto.

Navodimo varijante koje su danas u primjeni:

- Pravila FIDE varijante švicarskog sustava - dirigirana varijanta za pojedinačna natjecanja;
- Kup varijanta - dirigirana varijanta za ekipna natjecanja;
- Hrvatska varijanta - nedirigirana varijanta.

6.1. KAKO TAKTIZIRATI

Općenito, možemo pogledati broj igrača, broj kola, i limitirani i eventualni broj poraza koje možete imati prije izletavanja iz rasprave. Iskustvo pomaže u tom pogledu. Ili možete koristiti ovu plug-and-play formulu za zdravo za gotovo brojeve koji pojednostavljaju model pod pretpostavkom da nema remija, onda možete shvatiti remije samo jednostavnim rasuđivanjem.

$$P_l = 64 : 2^n \cdot [n \cdot (n - 1 : 2) \cdot (n - 2 : 3) \cdot (n - 3 : 4) \cdot (n - 4 : 5)]$$

6.1.1. ZADACI

Zadatak: Ako je n broj igrača na turniru, r broj kola i P s indeksom l je broj igrača s l poraza. Funkcija za 64 igrača sa 4 kola na turniru, broja igrača s 0, 1, 2, 3 i s četiri poraza bit će:

$$P_0 = 64 : 2^4 = 4$$

$$P_1 = 64 : 2^4 \cdot 4 = 16$$

$$P_2 = 64 : 2^4 \cdot [4 \cdot (3 : 2)] = 24$$

$$P_3 = 64 : 2^4 \cdot [4 \cdot (3 : 2) \cdot (2 : 3)] = 16$$

$$P_4 = 64 : 2^4 \cdot [4 \cdot (3 : 2) \cdot (2 : 3) \cdot (1 : 4)] = 4$$

To znači da u ovom konkretnom turniru koji jamči sami vrh među prvih 8 igrača, morate biti bez poraza ili biti u gornjem kvartalu igrača s jednim porazom. Igrači koji pokušaju remizirati i biti među prvih 8 igrača otežat će igračima s jednim porazom da se pokušaj probiti, ali ne postoji jednostavna formula za shvatiti koliko je to teško.

Zadatak: Osjetno, za turnir sa švicarskim sustavom sa 64 igrača i šest kola. Kada te podatke ubacimo u formulu dobivamo:

$$P_0 = 64 : 2^6 = 1$$

$$P_1 = 64 : 2^6 \cdot 6 = 6$$

$$P_2 = 64 : 2^6 \cdot [6 \cdot (5 : 2)] = 15$$

U ovom trenutku, možemo vidjeti da smo pronašli naših top 8 igrača - jedan neporaženi igrač, a sedam od 15 igrača s jednim porazom. Opet, igrači koji pokušavaju remizirati u vrhu između prvih 8 igrača, otežat će igračima s jednim porazom da se pokušaju probiti među prvih 8.

Zadatak: Posljednji primjer. Recimo da sudjeluje 1 436 igrača na turniru sa 10 kola švicarca, nađimo koliko treba poraza za doći među prvih 128.

$P_0 = 1436 : 2^{10} = 1.4$ (Ova djelomična brojka znači da slučajni parovi mogu rezultirati brojem neporaženih igrača između 1 i 2)

$$P_1 = 1436 : 2^{10} \cdot 10 = 14,02 \text{ (negdje između 14 i 15 igrača)}$$

$$P_2 = 1436 : 2^{10} \cdot [10 \cdot (9 : 2)] = 63,1 \text{ (negdje između 63 i 64 igrača)}$$

$$P_3 = 1436 : 2^{10} \cdot [10 \cdot (9 : 2) \cdot (8 : 3)] = 168.3$$

U ovom trenutku smo otkrili da 0 ili 1 poraz u ovom turniru jamči ulazak među prvih 128. Negdje između 62 i 64 od 168 do 169 sa dva poraza igrači će doći u top 128 na granicu, a kad god igrač pokuša napraviti 8-1-1 da se probije u prvih 128 to čini težim put za 8-0-2 igrača. Usput, možemo vidjeti da više od jednog poraza izbacuje izvan prvih 64, i više od nula poraza znači da će se morati boriti svoj put među prvih 32.

Dakle, sve što morate učiniti je ubaciti odgovarajuće brojeve i odraditi malo brze matematike na kalkulatoru da biste pronašli dovoljno igrača iz svake skupine poraza da ispunite svoj cilj, i onda možete donjeti svoje odluke. Nadam se ovo pomaže!

7. SIMULTANE PRODUKCIJE

Simultana produkcija - simultanka je egzibiciona šahovska priredba, gdje jedan igrač igra odjednom protiv više igrača. Simultanke uobičajeno igraju igrači s titulama velemajestora ili majstora (u nastavku majstor), a broj protivnika se pri tom kreće od 15 do 30. Organizacija ovakvih priredbi je vrlo jednostavna.

Postoje četiri oblika simultanke:

1. Jedan igrač igra protiv više igrača tako što se kreće od ploče do ploče i svaki put povuče po potez. Obično se igra na 20-30 ploča, no bilo je pokušaja da se igra na rekordnom broju ploča
2. Jedan igrač igra protiv više igrača na većem broju ploča, pri čemu novi igrači sjedaju na ploče onih koji su poraženi.
3. Alternativna simultanka, u kojoj dva igrača igraju s više protivnika tako što naizmjenično vuku poteze.
4. Produkcije na slijepo, jedan igrač igra protiv više igrača tako ne gledan na ploče.

Prva simultanka održao je 1783. Philidor koji je igrao tri partije istodobno, ali naslijepo!

Simultanka se uobičajeno igra uz primjenu slijedećih pravila:

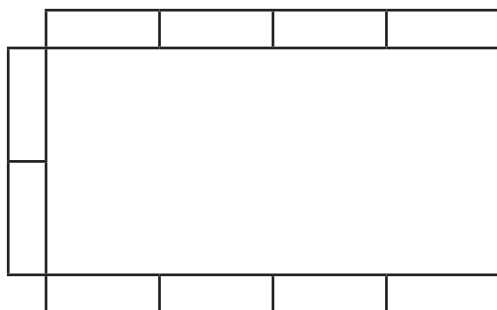
1. Majstor koji igra simultanku u svim partijama vodi bijele figure i samo uz njegovu suglasnost bijele figure mogu biti dodijeljene nekom od njegovih protivnika.
2. Sudionik simultanke je dužan svoj potez povući u trenutku kada majstor dođe do njegovog stola.
3. Ako sudionik simultanke svoj potez ne odigra na način definiran prethodno, majstor ima pravo partiju proglasiti dobivenom za sebe. (U ovakvim slučajevima sudionik uobičajeno zamoli majstora za odgodu odigravanja svog poteza za jedan krug što majstori najčešće prihvaćaju).
4. Sudioniku simultanke dozvoljava se povući i više od jednog poteza uz uvjet da majstor prilikom svakog od njih, a nakon odigranog vlastitog poteza, i dalje za stolom sudionika ostaje nazočan (ne napušta ga).
5. Potez sudionika simultanke smatra se odigranim onda kada figuru ispusti iz ruke na šahovsko polje, a potez majstora na nekoj ploči smatra se odigranim tek trenutkom početka poteza majstora na slijedećoj ploči (Majstor može vratiti svoj potez).
6. Za vrijeme dok, obilazeći stolove, majstor igra na drugim pločama sudionik simultanke ne smije na svojoj ploči pomicati figure, a ukoliko to uradi partija se proglašava dobivenom za majstora.
7. Smatra se da je majstor uspješno odigrao simultanku ako je više partija dobio nego izgubio.

Napomena: Sudionici simultanki nisu dužni zapisivati svoje partije, a one se igraju bez upotrebe šahovskog sata. Prilikom postavljanja stolova za igru treba nastojati da prvi i zadnji stol budu što bliže kako bi se izbjeglo nepotrebno hodanje majstora. Stolove je najbolje postaviti u zatvorenoj geometrijskoj formi (kružno, eventualno potkovičasto, pravokutno i sl.) što dakako ovisi o mogućnostima prostora za igru.

7.1. ZADACI

Zadatak: Odredi optimalne dimenzije prostora za održavanje simultanke za 20 sudionika, te koliko metara u jednom krugu treba prijeći velemajstor? Ako prosječno partija traje 40 poteza koliko metara prehoda velemajstor.

Rješenje: Pretpostavimo da je dimenzija školske klupe $130\text{ cm} \cdot 50\text{ cm} \cdot 83\text{ cm}$, te je stolove najbolje postaviti u poluzatvorenoj geometrijskoj formi, u oblika slova U. Sukladno tome izgled prostora bi bio ovakav:



Potrebno je izračunati opseg zadanog geometrijskog lika. Izračunavanje opsega pravilnih likova sa stranicama u ravnini je intuitivno. Dakle, dimenzije gornjeg reda, su iste kao dimenzije donjeg reda, dakle $130\text{ cm} \cdot 4\text{ klupe} = 520\text{ cm}$ za pojedini red, što je udaljenost od $520\text{ cm} \cdot 2\text{ reda} = 1\,040\text{ cm}$. Na tu duljinu valja pribrojiti još i dvije klupe u stupcu, te proizlazi $130\text{ cm} \cdot 2\text{ klupe} = 260\text{ cm}$. Temeljem dobivenih vrijednosti unutarnje dimenzije su $1\,040\text{ cm} + 260\text{ cm} = 1\,300\text{ cm}$. Velemajstor u jednom krugu prevali $1\,300\text{ cm}$ ili 13 m . Za svaki potez treba mu jedan krug, pa za 40 poteza prosječno prevali put od $13\text{ m} \cdot 40\text{ poteza} = 520\text{ m}$.

Vanjske dužine izračunavamo tako da dodajemo još širine klupa u redovima i širine klupa u stupcu, te proizlazi dodatno $50\text{ cm} \cdot 2\text{ klupe u redu} = 100\text{ cm}$, te $50\text{ cm} \cdot 2\text{ klupe u stupcu} = 100\text{ cm}$, $100\text{ cm} + 100\text{ cm} = 200\text{ cm}$.

Ukupne dimenzije prostora za igru su dakle,

dužina - unutarnja: 520 cm

dužina - vanjska: $520\text{ cm} + 50\text{ cm} = 570\text{ cm}$

širina - unutarnja: 260 cm

širina - vanjska: $260\text{ cm} + 100\text{ cm} = 360\text{ cm}$

8. MITINZI

Mitinzi su sustavi natjecanja najčešće korišteni u atletici i plivanju. U profesionalnom sportu sami mitinzi sastoje se od većeg broja sportskih disciplina. Svaka disciplina detaljno je utvrđena pravilima i načinom bodovanja i klasificiranjem rezultata. U sportskoj rekreaciji moguće je organizirati razne sportske mitinge s prilagođenim disciplinama i pravilima. Na taj način ovakav sustav natjecanja može se prilagoditi različitim dobnim i kvalitativnim skupinama ljudi.

Organizacija atletiskih mitinga seže do drevnih Olimpijskih igara iz 776. godine prije Krista.

9. MEČ

Šahovski meč organizira se između dva protivnika. Kako bi oba protivnika bila ravnopravna (npr. imaju isti broj kola sa bijelim i crnim figurama), najčešće se mečevi organiziraju tako da imaju paran broj kola. Ukoliko to nije slučaj, radi se o hendikep-mečevima. Pobjednik šahovskog meča je igrač koji na kraju ostvari veći broj bodova (odnosno pobjeda). Meč između dva igrača, na određeni broj partija, je svakako nasjtariji oblik šahovskog takmičenja. Definicija šahovske igre polazi od toga da šah igraju dva takmičara, koji raspolažu istim sredstvima za borbu, tj. istim brojem figura, itd.

Službeni međunarodni mečevi moderne ere javljaju se znatno prije šahovskih turnira, ako je 1834. godine igran u Londonu veliki meč (koji se u stvari sastojao od 6 pojedinačnih mečeva) između L. Ch. de la Bourdonnais-a i A. Macdonnell-a. Od tada je počelo „zlatno doba“ šahovskih mečeva, koje traje sve do kraja stoljeća, a koje se danas održalo uglavnom samo u mečevima kandidata za titulu svjetskog prvaka, kao i u meču svjetskog prvaka i njegovog izazivača. Prvi međunarodni turnir u modernom smislu održan je tek 1851. godine u Londonu, ali je i to takmičenje bilo neka vrsta „nokaut“ mečeva.

Mečevi dakle imaju dužu povijest, ali su kasnije turnir odnijeli prevagu i danas su postali najpopularniji vid šahovskih takmičenja. Mečevi su direktno odmjerač snage između dva protivnika, za razliku od turnira gdje na krajnji plasman utječu i rezultati koje jedan igrač postigne protiv „trećih“. Zbog toga što u meču dva igrača direktno odlučuju tko je jači (bez utjecaja trećih), sistem mečeva se danas zadržao samo u mečevima kandidata za titulu svjetskog prvaka, kao i u meču svjetskog prvaka i njegovog izazivača.

U mečevima, možda više nego na turniru, dolaze do izražaja neki subjektivni elementi i psihološka strana borbe: ima partnera koji nekom igraču „ne leže“, psihološko nadmudrivanje ponekad dobiva razmjere „psihološkog rata“, repertoar otvaranja bira se tako da u najvećoj mjeri posluži taktici u određenom meču itd.

U povijesti mečeva oprobani su razni sistemi, posebno u mečevima za titulu svjetskog prvaka. Ipak, u osnovi postoje dva načina po kojima su se u dosadašnjoj praksi odigrali mečevi i određivao pobjednik: meč do određenog broja partija ili do određenog broja pobjeda, pri čemu se neriješene partije ne računaju u rezultat, dakle sa ograničenim ili neograničenim brojem partija. Ali postoje i druge kombinacije ova dva sistema i druge vrste varijante.

Pobornici ideje da se mečevi igraju do određenog broja dobivenih partija ističu da je to način da se eliminira preveliki utjecaj remija na ishod meča, jer igrač koji u početku dobije prednost (u meču s limitom broja partija) nastoji da je do kraja meča zadrži remizirajući preostale partije. Protivnici međutim ističu da takav meč bez limita broja partija može trajati „beskonačno“ i da tada dolaze do izražaja fizička izdržljivost i kondicija igrača, a ne šahovsko znanje.

Pretpostavljeni postotak remi-partija u meču								
n	0	20	33,33	40	50	60	66,66	80
1	0	20	33,33	40	50	60	66,66	80
2	50	36	33,33	34	37,50	44	50	66
3	0	20	25,93	28	31,25	36	40,74	56
4	37,50	23,20	23,46	24,70	27,34	31,20	35,03	48,70
5	0	17,95	20,99	22,26	24,61	27,94	31,17	43,25
6	31,25	18,18	19,34	20,44	22,56	25,53	28,37	39,08
7	0	15,99	17,97	19	20,95	23,66	26,22	35,82
8	27,34	15,54	16,87	17,83	19,64	22,15	24,50	33,21
9	0	14,40	15,95	16,85	18,55	20,89	23,08	31,09
10	24,61	13,88	15,33	16,35	18,23	20,58	22,56	29,58
11	0	13,15	14,54	15,43	17,12	19,37	21,31	28,02
12	22,56	12,67	13,94	14,77	16,15	18,45	20,31	26,70
13	0	12,15	13,40	14,19	15,69	17,69	19,46	22,55
14	20,95	11,74	12,88	13,60	14,94	16,79	18,48	24,42
15	0	11,35	12,46	13,15	14,45	16,22	17,85	23,54
16	19,64	11,00	12,07	12,74	13,99	15,71	17,01	22,75
17	0	10,68	11,72	13,37	13,58	15,24	16,77	22,04
18	18,55	10,39	11,40	12,03	13,20	14,82	16,29	21,39
19	0	10,11	11,10	11,71	12,86	14,45	15,86	20,79
20	17,62	9,86	10,82	11,42	12,54	14,06	15,46	20,25

Tablica: Vjerojatnost (u postocima) za neriješen rezultat meča od n partija igrača jednake snage, a za pretpostavljeni postotak remija.

Iz navedene tablice se vidi da vjerojatnost za neriješeni ishod meča je manja ako se poveća broj partija meča i ako on teži beskonačnosti vjerojatnost bi težila nuli i to brže kod onih mečeva gdje je pretpostavljena vjerojatnost remija manja. Dokaz ove tvrdnje nećemo izvoditi jer to spada u domenu više matematike.

Zanimljivo je i pitanje kolika je vjerojatnost da jedan igrač dobije ili izgubi meč ili da se meč završi neriješeno. Ali to je istraživanje koje zahtjeva detaljnija matematička razmatranja, što ne bi spadalo u okvire ove knjige. Zbog toga dajemo samo tablicu vjerojatnosti za neriješen ishod meča između dva igrača jednake snage a pod pretpostavljenom vjerojatnošću remi partija u meču počevši od 0% (za mečeve u kojima se remi partije ne računaju u rezultat niti broje u partije meča), 20 % ili do 80% u kojima se odmah može naći odgovarajuća vjerojatnost za broj partija u meču od 1 do 20.

9.1. HENDIKEP-MEČEVI

Hendikep-mečevi su šahovska takmičenja egzibicijskog tipa (po svojoj prirodi, nisu po FIDE šahovskim pravilima), odnosno mečevi u kojima jedan protivnik ima neku prednost nad drugim (npr. stalno bijele figure, ili više vremena za razmišljanje, ili figuru više itd).

Najveći hendikep-meč u povijesti koji je ikada organiziran je Kasparov protiv svijeta. Meč se igrao 1999. godine na internetu. S jedne strane igrao je Gari Kasparov, sa druge čitav svijet, dok se o potezu „svijeta“ odlučivalo se glasanjem po principu većine - potez koji bi dobio najviše glasova biran je kao potez „svijeta“. To je ustvari bio dopisni meč, svaka strana imala je na raspolaganju maksimalno 24 sata za slijedeći potez. Usprkos činjenici da je „svijet“ izbacio oštru teorijsku novost još u 10. potezu, Kasparov je pobijedio u 62. potezu. Šah „na slijepo“ može biti poseban vid hendikep-meča ako samo jedan igrač igra „na slijepo“.

9.2. ŠAH „NA SLIJEPO“

Šahovska partija u kojoj bar jedan igrač igra tako što nema mogućnost da vidi šahovsku ploču, ili nema kontakta sa šahovskim figurama. Poseban oblik šaha „na slijepo“ je simultanka „na slijepo“, gde jedan igrač, bez mogućnosti da vidi šahovske ploče igra protiv većeg broja suparnika (koji vide svoju ploču i figure) istovremeno. Svjetski rekord u ovakvom vidu šaha ostvario je u San Francisku 1960. godine Džordž Koltanovski, odigravši 56 partija „na slijepo“ po tempu 10 sekundi za potez. Simultanka je trajala 9 sati, a rezultat je bio 50 pobjeda i 6 poraza u korist Koltanovskog.

10. TURNIRSKI I KOMBINIRANI SUSTAVI

Turnirski sustav je oblik natjecanja u kojem su moguće različite varijacije sustava i formata natjecanja. S obzirom na mogućnosti variranja turniri mogu biti različitog trajanja – od jednodnevnih do višetjednih. Prigodni su za sudionike svih kvalitetnih i dobnih kategorija, te za pojedinačne i momčadske sportove. Broj sudionika može varirati od samo nekoliko do više stotina.

Turnir se može provesti kao varijacija kup sistema. Varijacija je vrlo mnogo, a u nastavku ćemo objasniti tri najčešće korištene. Prva varijacija je kup sustav s razigravanjem. Kod ovog formata natjecatelji nakon poraza ne ispadaju već nastavljaju natjecanje igrajući protiv onih koji su također ispali u istom kolu. Tako se iz kola u kolo odvajaju pobjednici i poraženi koji igraju međusobno. Ovakav format omogućuje da se svi sudionici rangiraju od prvog do posljednjeg mjesta, te da svaki sudionik odigra jednaki broj susreta. Druga varijacija je kup sustav s „utješnim turnirom“. Ovaj format omogućuje svim sudionicima koji su izgubili prvi susret da međusobno odigraju takozvani utješni turnir. Na taj način svaki sudionik sudjeluje u najmanje dva susreta. Treći oblik je kup sustav uz repasaž u kojem poraženi nastavlja natjecanje, te ovisno o vlastitoj, ali i uspješnosti suparnika od kojeg je izgubio, može završiti treći.

Jedan od čestih turnirskih formata natjecanja je i takozvani „round robin“, odnosno sustavi igranja po skupinama. Specifičnost ovog formata je da se sudionici razvrstavaju u nekoliko skupina s jednakim ili podjednakim brojem natjecatelja. U svakoj grupi natjecatelji međusobno igraju po liga sustavu, odnosno svatko sa svakim. Jedan ili više najuspješnijih natjecatelja iz svake grupe plasira se u sljedeći krug natjecanja koji se i dalje može provoditi po skupinama ili igrati po kup sustavu, odnosno na ispadanje. Prednosti ovog formata natjecanja je što se svakom sudioniku osigurava igranje više susreta, s tim da se i sa eventualnim porazom može osvojiti prvo mjesto. Ovakav oblik turnira često se koristi na najprestižnijim natjecanjima poput svjetskih nogometnih, košarkaških, rukometnih i ostalih prvenstava. Ipak, iznimno je pogodan i za natjecanja mlađih dobnih uzrasta upravo iz razloga što osigurava veći broj susreta, bez obzira radi li se o pojedinačnim ili momčadskim natjecanjima.

11. REALNOST PORETKA

Realnost poretka na jednom natjecanju po švicarskom sustavu zavisi od odnosa broja kola i broja sudionika, kao i od varijante koja je primjenjena u sparivanju sudionika (dirigirana, nedarigirana, itd). Dok neki smatraju da je cilj sustava da se dobije pravi pobjednik natjecanja, drugi nastoje da granice sustava prošire i na diferencijaciju poretka više sudionika. U tome se međutim ne može ići previše daleko, izvan logičkih i matematičkih okvira.

Dok je kod kružnog sustava teorijski uvijek moguće da na kraju natjecanja svi sudionici imaju različiti broj bodova, kod švicarskog sustava to nije slučaj. Ako na natjecanju po Bergerovom sustavu imamo 10 sudionika, na kraju natjecanja svaki od sudionika, zavisno o broja postignutih bodova, svrstava se u jednu od 19 grupa: grupa sa 9 bodova, grupa sa 8.5 bodova, 8, 7.5, ..., 0.5, te 0 bodova. Kako broj tih grupa iznosi $2n - 1$ (n je broj sudionika), dakle približno je dvostruko veći od broja sudionika, to je teorijski moguće da kod natjecanja koji se igra po Bergerovom sustavu ne dođe do diobe mjesta. Međutim, kod švicarskog sustava to nije slučaj, jer je broj sudionika gotovo uvijek veći, ponekad i po nekoliko desetina puta, od broja grupa, što znači da, po završetku natjecanja, neminovno mora doći do svrstavanja više igrača u istu grupu, tj. do diobe mjesta. Tako, na primjer, ako sudjeluje 110 igrača, a igra se 5 kola imat ćemo na kraju natjecanja 11 grupa (broj grupa iznosi $2k + 1$, za k broj kola) i to: grupu igrača sa 5 bodova, sa 4.5, sa 4, ..., 1, 0.5 i 0 bodova u kojima će biti raspoređeno 110 sudionika. Međutim, to ne znači da je svaka grupa linearno zaposjednuta sa po 10 igrača. Iz iskustva se već zna da će grupe sa najvećim i najmanjim brojem bodova biti najmalobrojnije, a sve što se ide ka sredini - sve mnogobrojnije, tako da će srednje grupe, koje sačinjavaju igrači sa oko 50% bodova, biti najmnogobrojnije. Znači, broj igrača u pojedinim grupama nije sasvim slučajan i proizvoljan, već se upravlja po određenim principima, zasnovanim na zakonima kombinatorike i računa vjerojatnosti. Tablice koje predviđaju koliki broj igrača će biti u pojedinim grupama poslije nekog kola nazivaju se diferencijalnim tablicama i služe kao osnova za utvrđivanje broja realno plasiranih sudionika.

Nema sumnje da se kod kružnog sustava, u kome svaki sudionik igra sa svakim, poredak svih sudionika uzima kao realan. Jer, ako, na primjer, imamo 16 sudionika koji se svi tako razlikuju po snazi da najjači igrač može pobijediti sve ostale, drugi po snazi - sve ostale osim najjačeg, treći po jačini - sve osim prvu dvojicu itd., onda po završetku natjecanja dobivamo izdiferenciran poredak za sve sudionike: najjači je prvi sa 15 bodova, drugi po snazi zauzima drugo mjesto sa 14 bodova itd. i najslabiji je posljednji sa 0 bodova. Dakle, da bi najjači igrač imao mogućnosti da to dokaže, drugi po snazi da dokaže da je drugi itd., potrebno je kod kružnog sustava sa 16 sudionika odigrati svih 15 kola. Ako bi se natjecanje sa 16 sudionika igralo po eliminacijskom ("nokaut") - kup sustavu, onda najjači igrač ima mogućnost da dokaže da je najjači u svega 4 kola. Na početku kup natjecanja ne znamo koji je od 16 sudionika najjači. Po završetku 1. kola, najjači igrač se nalazi među osam pobjednika iz prvog kola; po završetku drugog kola - među četiri pobjednika iz prva dva kola, po završetku trećeg kola među dva pobjednika iz sva tri kola i na kraju, pobjednik u finalnom meču (u četvrtom kolu) je pobjednik natjecanja, dakle najjači igrač. Za posljednjeg u finalu ne može se pouzdano tvrditi da je drugi (iako se u praksi to uzima), jer u kup sustavu ne postoji matematička mogućnost da se drugo mjesto izdiferencira kao realno. Zbog toga, je u kup sustavu realan poredak samo za prvoplasiranog sudionika, dok je u kružnom sustavu realan poredak za sve sudionike.

Da ispitamo kakva je realnost poretka kod švicarskog sustava. Švicarski sustav je u osnovi ispravan, jer se pobjednik traži i dobiva među najjačim igračima (koji tijekom natjecanja postižu najveći broj bodova) i koji se međusobom sastaju. Ali da bi postojala mogućnost da se najjači igrač izdvoji, potrebno je odigrati dovoljan broj kola. Tako, ako se igra natjecanje po švicarskom sustavu sa, npr., 16 sudionika, i pod pretpostavkom da na natjecanju, radi jasnijeg izlaganja, nema remi partija, najjači igrač moći će se izdiferencirati tek poslije četvrtog kola. Jer, poslije prvog kola dobivamo 2 grupe igrača: jednu koju sačinjavaju 8 igrača sa po jednim bodom i drugu, također sa 8 igrača sa po nula bodova; poslije drugog kola imat ćemo 3 grupe igrača i to: 4 igrača sa 2 bodova, 8 igrača sa jednim bodom i 4 igrača sa 0 bodova; poslije trećeg kola broj grupa se povećava na četiri i to: 2 igrača sa 3 bodova, 6 igrača sa 2 bodova, 6 igrača sa 1 bodom i 2 igrača sa 0 bodova. Poslije četvrtog kola imat ćemo pet grupa sa ovakvim rasporedom u grupama: 1 igrač sa 4 bodova, 4 igrača sa 3 bodova, 6 igrača sa 2 bodova, 4 igrača sa 1 bodom i 1 igrač sa nula bodova. Iz ovoga se zaključuje da se prvo mjesto izdvojilo, a isto tako i poslijednje, što znači da je njihov poredak realan. Za drugog igrača po snazi (kao i pretposlijednjeg) to poslije četiri odigrana kola nije slučaj. Može se samo tvrditi da se drugi igrač po snazi nalazi u grupi od 4 igrača sa 3 bodova (odnosno pretposlijednji - u grupi od 4 igrača sa 1 bodom), ali pitanje koji je od njih realno drugi (od vrha, odnosno od dna) - ostaje bez odgovora. Da bi i drugo mjesto bilo izdiferencirano, potrebno bi bilo odigrati još neko kolo ili pri istom broju kola, smanjiti broj sudionika.

Na osnovu izloženog može se zaključiti da na broj realno prvoplasiranih mjesta p , a istovremeno i na isti toliki broj zadnjeplasiranih, ima uticaja ne samo broj kola k , već i broj sudionika n . Pored ovih faktora na broj realnih mjesta ima određenog uticaja i varijanta švicarskog sustava po kojoj se igra (dirigrana ili nedirigrana) kao i broj i raspoređenost remi partija na natjecanju. Međutim ovi utjecaji nisu tako veliki, pa se praktički mogu zanemariti. Pomoću kombinatorike i računa vjerojatnosti sa pretpostavljenim brojem remija može se za svako konkretno natjecanje doći do broja realnih mjesta. Međutim to je obiman i mukotrpan posao i za praksu neupotrebljiv. Aproksimativne formule koje ovdje iznosimo daju sasvim dovoljnu točnost, a mogu se lako koristiti:

$$k = \log_2 n + 2 \cdot (p - \sqrt{p}) \quad (1)$$

$$\log_2 n = k - 2 \cdot (p - \sqrt{p}) \quad (2)$$

$$(p - \sqrt{p}) = \frac{k - \log_2 n}{2} \quad (3)$$

gdje je k broj kola, n broj sudionika i p broj realnih mjesta.

Prva formula služi da odredimo potreban broj kola ako nam je poznat broj sudionika i ako želimo da dobijemo određeni broj realnih mjesta. Pomoću druge formule određuje se maksimalan broj sudionika ako su utvrđeni k i p , dok treća formula služi za izračunavanje broja realnih mjesta, ako je broj sudionika i broj kola poznat.

Radi lakše upotrebe ovih formula dane su i dvije tablice. Tablica (1) služi da nađemo vrijednost za $\log_2 n$ ako nam je broj sudionika poznat i obrnuto. Tablica (2) daje odmah gotovu vrijednost izraza $(p - \sqrt{p})$ za vrijednosti p od 1 do 10 i obratno.

n	$\log_2 n$	n	$\log_2 n$	n	$\log_2 n$	n	$\log_2 n$
16	4.0	45	5.5	130	7.0	350	8.4
18	4.2	50	5.6	140	7.1	400	8.6
20	4.3	55	5.8	150	7.2	450	8.8
22	4.5	60	5.9	160	7.3	500	8.9
24	4.6	65	6.0	180	7.5	550	9.1
26	4.7	70	6.1	200	7.7	600	9.2
28	4.8	80	6.3	220	7.8	650	9.3
30	4.9	90	6.5	240	7.9	700	9.5
32	5.0	100	6.7	260	8.1	800	9.7
35	5.1	110	6.8	290	8.2	900	9.8
40	5.3	120	6.9	320	8.3	1000	9.9

Tablica 1.

p	$p - \sqrt{p}$	p	$p - \sqrt{p}$	p	$p - \sqrt{p}$	p	$p - \sqrt{p}$
1.0	0.0	3.4	1.6	5.8	3.4	8.2	5.3
1.2	0.1	3.6	1.7	6.0	3.6	8.4	5.5
1.4	0.2	3.8	1.9	6.2	3.7	8.6	5.7
1.6	0.3	4.0	2.0	6.4	3.9	8.8	5.8
1.8	0.5	4.2	2.2	6.6	4.0	9.0	6.0
2.0	0.6	4.4	2.3	6.8	4.2	9.2	6.2
2.2	0.7	4.6	2.5	7.0	4.4	9.4	6.3
2.4	0.9	4.8	2.6	7.2	4.5	9.6	6.5
2.6	1.0	5.0	2.8	7.4	4.7	9.8	6.7
2.8	1.1	5.2	2.9	7.6	4.8	10.0	6.8
3.0	1.3	5.4	3.1	7.8	5.0	10.2	7.0
3.2	1.4	5.6	3.2	8.0	5.2	10.4	7.2

Tablica 2.

Međutim, ova rasprava s 4 kola i 16 sudionika je dobro heurističko opravdanje za slučaj $p = 1$, dakle kad nas zanima samo tko je najbolji, tada je $n = 2k$. To se može vidjeti i ovako: možemo zanemariti remi partijr na natjecanju jer pretpostavljamo da su igrači dovoljno različitih snaga da "realni poredak" ima smisla, a onda će u svakoj partiji jači pobijediti -- a pod tom pretpostavkom, k partija koje će svaki igrač igrati ima točno $2k$ mogućih ishoda, što je taman dovoljno informacije da od $2k$ igrača odaberemo jednog najboljeg.

No ovaj $2 \cdot (p - \sqrt{p})$ je korekcijski faktor, dobiven empirijski, a ne matematički (uostalom, rekli smo da su formule aproksimativne, a za \sqrt{p} stvarno ne nalazimo neko kombinatorno opravdanje. Također ima veze i sa detaljima samog sustava, jer zdravoseljačka metoda kaže da ako (kao u našem primjeru) na kraju imamo četvoricu s 3 boda i zanima nas tko je od njih najbolji (odnosno drugi u ukupnom poretku), onda primijenimo isti algoritam rekursivno, i dobijemo da nam trebaju još $\log_2 4 = 2$ kola.

Kako se navedene formule primijenjuju i koriste tablice, pokazat ćemo na nekoliko primjera:

11.1. ZADACI

Zadatak: Koliko je najmanje kola potrebno odigrati na natjecanju po švicarskom sustavu od 80 sudionika, ako želimo da dobijemo 5 realnih mjesta?

Rješenje: Ovdje je $n = 80$, $p = 5$, $k = ?$ Primjenom formule (1) dobivamo: $k = \log_2 80 + 2 \cdot (5 - \sqrt{5})$ Uzimajući vrijednost za $\log_2 80$ iz tablice (1) i za $(5 - \sqrt{5})$ iz tablice (2) dobivamo: $k = 6.3 + 2 \cdot 2.8 = 6.3 + 5.6 = 11.9$. Znači treba odigrati 12 kola.

Zadatak: Koliko se najviše sudionika može primiti na natjecanje od 9 kola po švicarskom sustavu, ako hoćemo dobiti 4 realna mjesta?

Rješenje: Ovdje je $k = 9$, $p = 4$, $n = ?$ Primjenom formule (2) dobivamo: $\log_2 n = 9 - 2 \cdot (4 - \sqrt{4}) = 5$. Sada iz tablice (1) nalazimo odgovarajuću vrijednost za n (antilogaritam od 5), a to je 32. Dakle, najviše se može primiti 32 sudionika.

Zadatak: Koliko je broj realnih mjesta na 5. prvenstvu Hrvatske (Pula, 1996.) na kome je sudjelovalo 57 igrača i odigrano 9 kola po švicarskom sustavu?

Rješenje: Ovdje je $k = 9$, $n = 57$, $p = ?$ Primjenom formule (3) dobivamo: $p - \sqrt{p} = (9 - \log_2 57) / 2 = (9 - 5.8) / 2 = 1.6$, odakle je iz tablice (2): 3.4 tj. broj realnih mjesta je 3.

U današnje vrijeme, gdje su u velikoj primjeni "dirigirane" varijantne, postoje jednostavniji i liberalniji kriteriji pri ocjeni realnosti poretka. Da bi se dobio "pravi pobjednik", po ocjeni Martina Morisona, potreban je isti broj kola koji bi za taj broj igrača bio potreban kada bi se natjecanje igralo po kup sustavu, kako to pokazuje slijedeća tablica:

Broj sudionika	Potreban broj kola
5-8	3
9-16	4
17-32	5
33-64	6
65-128	7
129-256	8
257-512	9
513-1024	10

Ako se želi odrediti realan poredak za više mjesta, a ne samo za pobjednika (prvo mjesto), onda je potrebno da se poveća broj kola na natjecanju. Dvije korisne formule mogu se, prema tome, ustanoviti:

Da se odredi minimalni broj kola za dati broj sudionika i određeni broj mjesta: $k + 2p$, gdje je k broj kola koji je potreban po kup sustavu za dati broj sudionika i p predstavlja broj mjesta za koji se, pored prvoplasiranog, traži realan poredak.

Zadatak: Koliko je potrebno kola da se odigra na natjecanju po švicarskom sustavu ako sudjeluju 32 igrača, ako se želi realan poredak za prva četiri mjesta?

Rješenje: Primjenom navedene formule proizlazi: $5 + (2 \cdot 3) = 11$ kola. Naime, iz gore navedene tablice se vidi da je za 32 igrača potrebno odigrati 5 kola (po nokaut sustavu) da bi se dobio "čisti (realni) pobjednik". Kako se traži realan poredak za još tri mjesta, to se taj broj množi sa 2 i zbroj pokazuje broj kola potrebnih da se odredi realan poredak za prva četiri mjesta.

Da se odredi maksimalni broj igrača koji mogu sudjelovati a da se osigura realan poredak za dati broj mjesta i za već određeni (utvrđeni) broj kola: $2(k - 2 \cdot p)$, gdje k označava broj kola a p je broj mjesta za koji se, pored prvoplasiranog, želi dobiti realan poredak.

Zadatak: Koliko najviše igrača može sudjelovati na jednom natjecanju od devet kola (po švicarskom sustavu), na kome se želi osigurati realan poredak za tri mjesta?

Rješenje: Primjenom navedene formule proizlazi da maksimalno može sudjelovati: $2[9 - (2 \cdot 2)] = 2(9 - 4) = 10$, odnosno 10 igrača ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$).

Ako se premaši maksimalni broj igrača u odnosu na broj kola, onda se ne može osigurati realan pobjednik. Međutim, ako se igra više kola nego je predviđeno minimumom ili ako sudjeluje manji broj igrača od maksimuma koji je tablicom predviđen, onda će se povećati preciznost sustava.

12. KRITERIJI PRI DIOBI MJESTA

U svim se sustavima igrači rangiraju u opadajućem redoslijedu sukladno primijenjenim kriterijima pri diobi mjesta. Dolje navedeni popis nema namjeru iskazivanja prioriteta pri odabiru kriterija.

1.1. Kriteriji kod diobe mjesta kod kojih se koriste vlastiti igračevi rezultati

1.1.1. Kumulativ

Nakon svakog kola igrač ima određeni ukupan broj bodova. Kumulativ je zbroj svih tih ukupnih brojeva bodova nakon svih kola.

1.1.1.1. Skraćeni kumulativ

To je kumulativ umanjen za stanje nakon jednog ili više kola, počevši od prvog kola.

1.1.2. Meč bodovi na ekipnim natjecanjima

Za pobjedu u meču dobivaju se 2 meč boda (za pobjedu u meču ekipa treba osvojiti više bodova od polovice ukupnog broja ploča u meču).

Za neodlučeni meč dobiva se 1 meč bod (za neodlučeni meč ekipa treba osvojiti polovicu bodova od ukupnog broja ploča u meču).

Za izgubljeni meč dobiva se 0 meč bodova (za poraz u meču ekipa treba osvojiti manje bodova od polovice ukupnog broja ploča u meču).

1.1.3. Koya sustav za turnire igrane po Bergerovom sustavu

To je zbroj bodova osvojenih protiv svih igrača koji su na turniru osvojili 50% ili više bodova.

1.1.3.1. Prošireni Koya sustav

Koya sustav se može proširiti tako da se u zbroj uključuju, korak po korak, rezultatske grupe s osvojenih manje od 50% bodova.

1.1.4. Međusobni susret

Ako su se svi igrači na diobi mjesta međusobno sastali, bolji je plasman igrača koji je iz tih susreta osvojio više bodova.

1.1.5. Broj dobivenih partija

1.2. Kriteriji kod diobe mjesta kod kojih se koriste rezultati koje su ostvarili protivnici

1.2.1. Bucholtz sustav

Buholc koeficijent razvio je Bruno Buholc (Bruno Buchholz) davne 1932. godine, da bi razvrstao igrače sa istim brojem poena na turnirima po švajcarskom sistemu. Originalno u pitanju je zbir poena protivnika, a ideja je jasna, od dva igrača koji su sakupili jednak broj poena bolji je onaj koji je imao jače protivnike, što će reći onaj sa većim Buholc koeficijentom.

1.2.1.1. Bucholtz je zbroj svih bodova koje su ostvarili svi igrače protivnici.

1.2.1.2. Središnji Bucholtz 1

To je Bucholtz umanjen za ukupni broj bodova koje su osvojili igrači protivnici s najvećim i najmanjim brojem osvojenih bodova.

1.2.1.3. Središnji Bucholtz 2

To je Bucholtz umanjen za ukupni broj bodova koje su osvojili dva igračeva protivnika s najviše osvojenih bodova i dva igračeva protivnika s najmanje osvojenih bodova.

1.2.1.4. Skraćeni Bucholtz 1

To je Bucholtz umanjen za zbroj bodova koje je osvojio njegov protivnik s najmanje osvojenih bodova.

1.2.1.5. Skraćeni Bucholtz 2

To je Bucholtz umanjen za zbroj bodova koje su osvojila dva njegova protivnika s najmanje osvojenih bodova.

1.2.2. Sonneborn - Bergerov sustav

1.2.2.1. S Sonneborn - Bergerov koeficijent za pojedinačne turnire

To je zbroj svih bodova protivnika koje je igrač pobedio, te polovine bodova protivnika s kojima je igrač remizirao.

1.2.2.2. Sonneborn - Bergerov sustav za ekipne turnire

To je zbroj bodova koje su osvojile protivničke ekipe, svaki pomnožen s bodovima koje je ekipa osvojila protiv njih.

1.3. Kriteriji kod diobe mjesta kod kojih se koristi rejting

1.3.1. Prosječni rejting protivnika

To je zbroj rejting bodova svih protivnika podijeljen s brojem kola.

1.3.1.1. S Skraćeni prosječni rejting

To je prosječan rejting protivnika u kojem nije uzet u obzir rejting jednog ili više protivnika, počevši od protivnika s najnižim rejtingom.

1.3.2. Turnirski performans rejtinzi (uključujući pravilo o razlici od 350 bodova)

2. Primjena kriterija kod diobe mjesta na različite turnirske sustave

Izbor kriterija koji će se primijeniti kod diobe mjesta na nekom turniru vrši se unaprijed, a pri tom se uzima u obzir vrsta turnira (turnir igran po švicarskom ili Bergerovom sustavu, ekipni turnir, itd.) i struktura igrača za koje se očekuje da će nastupiti. Na primjer, korištenje kriterija kod diobe mjesta koji se temelje na rejtingu je dvojbeno na turnirima gdje rejtinzi nisu raspoloživi, usklađeni ili bezuvjetno točni (npr. juniorsko/seniorski turniri). Na nekom natjecanju može se koristiti samo kriterije iz jedne od tri navedene skupine kriterija.

Na primjer, primjena kumulativa i Buchholza zajedno je neispravna.

Za različite tipove turnira preporučuje se primjena dolje navedenih kriterija pri diobi mjesta:

Pojedinačni turniri igrani po Bergerovom sustavu

- međusobni susret;
- Koya sustav;
- Sonneborn - Berger;
- broj dobivenih partija.

Ekipni turniri igrani po Bergerovom sustavu

- bodovi u partijama;
- meč bodovi;
- međusobni susret;
- Sonneborn - Berger.

Pojedinačni turniri igrani po švicarskom sustavu (svi igrači imaju točan rejting)

- prosječni rejting protivnika;
- performans rejting turnira.

Pojedinačni turniri igrani po švicarskom (većina igrača je rejtingirana, rejtinzi nisu pouzdani)

- međusobni susret;
- kumulativ;
- Bucholtz;
- Sonneborn - Berger;
- broj dobivenih partija.

Pojedinačni turniri igrani po švicarskom sustavu (većina igrača nije rejtingirana)

- međusobni susret;
- Bucholtz;
- Sonneborn - Berger;
- broj dobivenih partija.

Ekipni turniri igrani po švicarskom sustavu

- bodovi osvojeni u partijama;
- meč bodovi;
- međusobni susret;
- Bucholtz;
- Sonneborn - Berger.

13. NUMERIČKE KARAKTERISTIKE POJEDINIH SUSTAVA

U ovisnosti od broja sudionika n i broja kola k , proizlaze određene brojčane karakteristike pojedinih sustava koje smo upoznali, a koji su od značaja pri izboru sustava za pojedina natjecanja kao i za organizaciju istog.

Iznosimo ih u općem obliku u slijedećoj tablici:

naziv sustava	broj sudionika	broj kola	broj partija	broj realno plasiranih
Kružni	n	$2\lfloor n/2 \rfloor - 1$	$n \cdot (n - 1) / 2$	n
Kup	n	$\lceil \log_2 n \rceil$	$n - 1$	1
Švicarski	n	k	$k \cdot \lfloor n / 2 \rfloor$	$f(n, k)$
Ševeninški	$2n$	n	n^2	$2n$

gdje vrijednosti u $\lfloor \cdot \rfloor$ i $\lceil \cdot \rceil$ zagradama, kao što je već i ranije spomenuto, označavaju da se uzimaju kao cijeli broj zaokružen na niže, odnosno na više.

13.1. ZADACI

Zadatak: Je li, u igri podjednakih protivnika, vjerojatnije dobiti 3 od 4 ili 6 od 8 partija (zadatak viteza De Merea)?

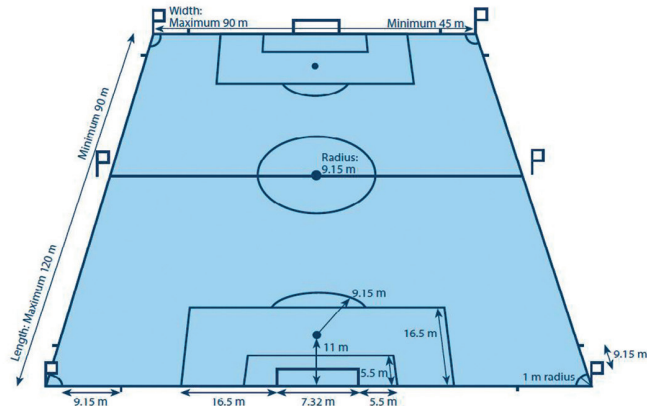
Rješenje: S obzirom da su protivnici podjednaki, vjerojatnost pobjede = vjerojatnost poraza = 0.5. U igri 3 od 4 je $n = 4$; $k = 3$ i vjerojatnost je: $P(\{3 \text{ od } 4\}) = \binom{4}{3} 0.5^3 \cdot 0.5^1 = 0.25$. U igri 6 od 8 je $n = 8$; $k = 6$ i vjerojatnost je: $P(\{6 \text{ od } 8\}) = \binom{8}{6} 0.5^6 \cdot 0.5^2 = 0.109$. Dakle, vjerojatnije je dobiti 3 od 4 nego 6 od 8.

14. OSTATAK

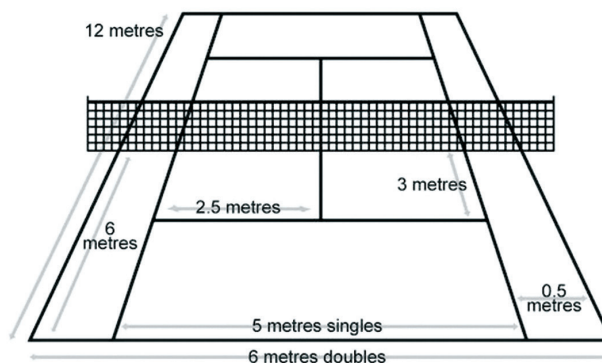
Promatranjem prethodnih utakmica utvrdili smo da jedna momčad daje u prosjeku r_1 , a druga r_2 golova na sat. Uzmimo da prednost domaćeg terena neznatno utječe na ratu golova, te neka je $r_1 > r_2$ pa označimo s $R = r_1 : r_2$. Vjerojatnost da će prva momčad dati idući gol je $p = R / (R + 1)$, a da će ga dati druga je $1 - p = 1 / (R + 1)$. Ako je dosad palo n golova, vjerojatnost da ih je sve dala prva momčad je p^n , a da ih je sve dala druga je $(1-p)^n$. Vjerojatnost da je prva momčad dala k od n golova je .

14.1. DIMENZIJE SPORTSKIH IGRALIŠTA

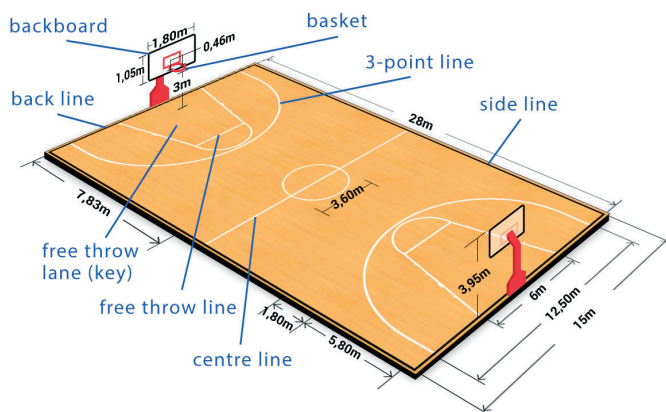
14.1.1. NOGOMET



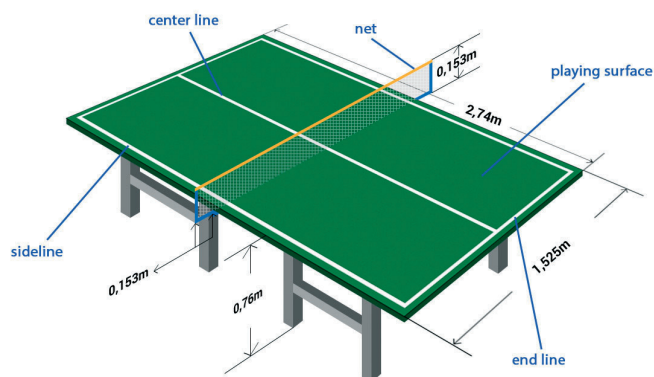
14.1.2. TENIS



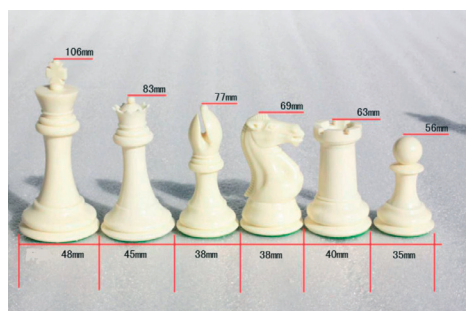
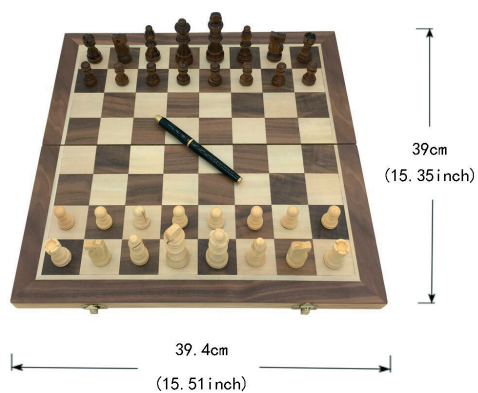
14.1.3. KOŠARKA



14.1.4. STOLNI TENIS

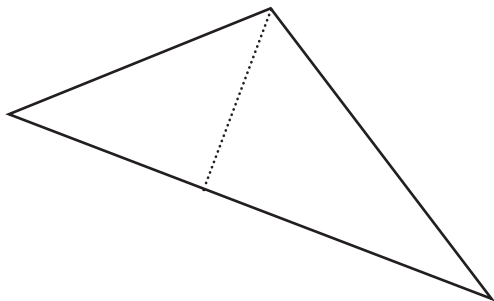


14.1.5. ŠAH



14.2. FIZIKA I MATEMATIKA DIMENZIJA

14.2.1. TROKUT (RAZNOSTRANIČAN)



$$O = a + b + c \quad (O - \text{opseg})$$

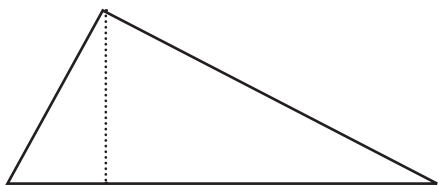
$$P = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2} \quad (P - \text{površina})$$

$$P = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{O}{2} = \frac{a+b+c}{2}$$

$$P = \frac{abc}{4R} \quad R - \text{polumjer opisane kružnice}$$

$$P = r \cdot s \quad r - \text{polumjer upisane kružnice}$$

14.2.2. PRAVOKUTAN TROKUT



$$a^2 + b^2 = c^2 \quad (\text{Pitagorin poučak})$$

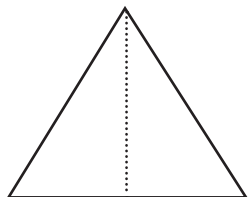
a, b - katete, c - hipotenuza

$$O = a + b + c$$

$$P = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{c \cdot v}{2}$$

Posebna svojstva: središte opisane kružnice je u polovištu hipotenuze, ortocentar se nalazi u vrhu kod pravog kuta.

14.2.3. JEDNAKOSTRANIČAN TROKUT



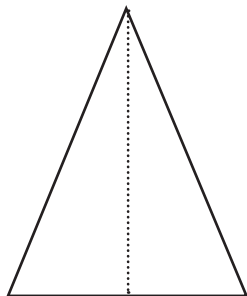
$$O = 3a$$

$$v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

Posebna svojstva: središte opisane kružnice, središte upisane kružnice, težište i ortocentar se podudaraju.

14.2.4. JEDNAKOKRAČAN TROKUT



$$O = a + 2b$$

a - baza ili osnovica
b - krak

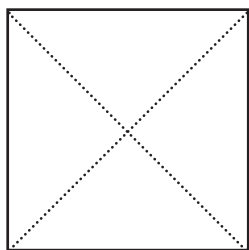
$$P = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2}$$

Posebna svojstva: uoči dva pravokutna

$$\text{trokuta} \rightarrow b^2 = v_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

središte opisane kružnice, središte upisane kružnice, težište i ortocentar se nalaze na pravcu koji je okomit na osnovicu.

14.2.5. KVADRAT



$$O = 4a$$

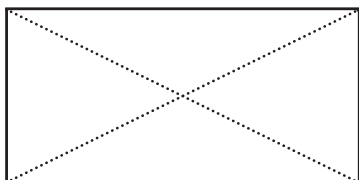
$$P = a^2$$

$$d = a\sqrt{2}$$

d – dijagonala

Svojstva: sve stranice sukladne, a nasuprotne i paralelne, svi kutovi pravi, dijagonale sukladne, raspolavljaju se i međusobno su okomite.

14.2.6. PRAVOKUTNIK



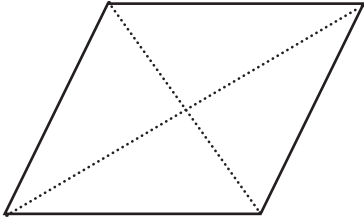
$$O = 2(a+b)$$

$$P = a \cdot b$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Svojstva: nasuprotne stranice sukladne i paralelne, svi kutovi pravi, dijagonale sukladne i raspolavljaju se.

14.2.7. ROMB



$$O = 4a$$

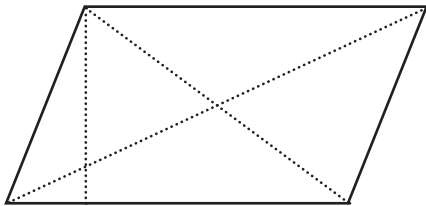
$$P = a \cdot v = \frac{e \cdot f}{2} \quad e, f - \text{dijagonale}$$

Svojstva: uoči pravokutni trokut ->

$$a^2 = \left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2, \text{ sve stranice}$$

sukladne, a nasuprotne i paralelne, nasuprotni kutovi sukladni, dijagonale se raspolavljaju i međusobno su okomite.

14.2.8. PARALELOGRAM

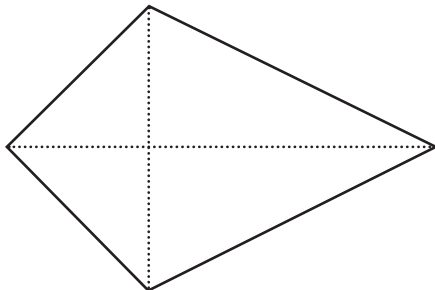


$$O = 2(a+b)$$

$$P = a \cdot v_a = b \cdot v_b$$

Svojstva: nasuprotne stranice sukladne i paralelne, nasuprotni kutovi sukladni, dijagonale se raspolavljaju.

14.2.9. DELTOID

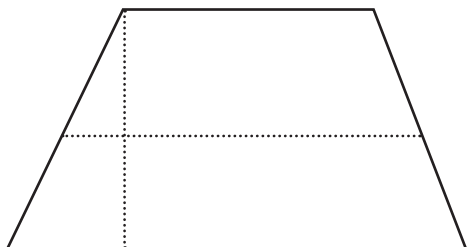


$$O = 2(a+b)$$

$$P = \frac{e \cdot f}{2} \quad e, f - \text{dijagonale}$$

Svojstva: dijagonale su međusobno okomite i raspolavljaju se, po dvije (susjedne) stranice sukladne.

14.2.10. TRAPEZ



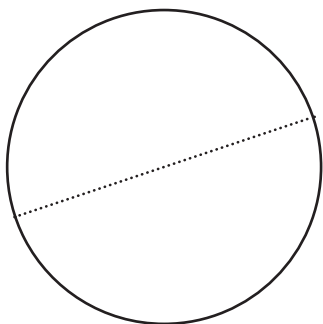
$$O = a + b + c + d \quad \begin{array}{l} a, c - \text{osnovice trapeza} \\ b, d - \text{krakovi} \end{array}$$

$$s = \frac{a + c}{2} \quad s - \text{srednjica trapeza}$$

$$P = s \cdot v = \frac{a + c}{2} \cdot v \quad v - \text{visina}$$

Svojstva: dvije stranice (osnovice) su međusobno paralelne. Jednakokrani trapez ima sukladne krakove ($b=d$).

14.2.11. KRUG



$$d = 2r \quad \begin{array}{l} d - \text{dijametar ili promjer} \\ r - \text{radijus ili polumjer} \end{array}$$

$$O = 2r\pi = d\pi$$

$$P = r^2\pi$$

Definicije:

Krug je geometrijski lik omeđen kružnicom.

Kružnica je skup svih točaka ravnine jednako udaljenih od točke koju zovemo središte kružnice.

15. ZAKLJUČAK

Osnovni zadaci suvremenog sporta su zadovoljavanje čovjekove potrebe za kretanjem, razvoj motoričkih sposobnosti i znanja, te unapređenje zdravlja i to sve uz osjećaj ugone i zadovoljstva. Poznavanje sustava sportskih natjecanja olakšava nam da ostvarimo upravo to. Pravilnim odabirom sustava i formata natjecanja direktno utječemo na doziranje opterećenja, prilagođavamo se na vremenska ograničenja, te na taj način utječemo na količinu zadovoljstva samih sudionika.

LITERATURA

1. Crespo, M. i Miley, D.: Competition Formats Manual. London, International Tennis Federation, 1999.
2. Milanović, D.: Teorija treninga. Zagreb, Kineziološki fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 2005.
3. Draščić Ban, B.; Poganj, T.: Primjenjena matematika, Rijeka, Sveučilište u Rijeci, 2009
4. Hublin, T.; Breslauer, N.: Sustavi natjecanja u sportu, Zbornik Međimurskog veleučilišta u Čakovcu, br.1, 2010.
5. Malkevitch, Joseph. "Who Won!" American Mathematical Society Feature Column. <http://www.ams.org/samplings/feature-column/fcarc-scores>.
6. Froncek, Dalibor. "Scheduling a Tournament" Chapter in Gallian, Joseph, ed. Mathematics and Sports. Mathematical Association of America 2010.
7. Režek, Siniša i Portada, Maroje. "Tajna Ratinga", (2008.)
8. Režek, Siniša i Portada, Maroje. "Swiss Manager", (2009.)
9. Bratošević, Mladen. "Sudački priručnik", (2002.)
10. Rasmussen, Rasmus i Michael Trick. "Round Robin Scheduling - a Survey" European Journal of Operational Research 188.3 (August 2008): p. 617-636.
11. Trick, Michael. "Integer and Constraint Programming Approaches for Round-Robin Tournament Scheduling". Lecture Notes in Computer Science 2740 (2003): p. 63-77.
12. A. Beutelspacher In Mathe war ich immer schlecht, Vieweg, 2000.
13. P. Maidment Do The Math: Soccer More Exciting Than Football, http://www.forbes.com/2006/01/04/soccer-football-baseball-cx_pm_0104soccer.html
14. J. Richter Erste Bundesliga mathematisch, http://www.zahlensalat.de/_bl.htm
15. L. E. Sadovskii, A. L. Sadovskii Mathematics and Sports, AMS, 1993.
16. J. Wesson Fußball – Wissenschaft mit Kick, Elsevier, 2006.
17. D. Zeillinger Wie wählt man eine Fußballmannschaft? Spektrum der Wissenschaft Online http://www.wissenschaft-online.de/spektrum/index.php?action=rubrik_detail&artikel_id=6991
18. The Math & Physics of Soccer, <http://www.oceansiderevolution.com/EINSTEIN.HTM>
19. Fachhochschule Stuttgart, Hochschule für Technik: World Mathematical Year – Ideen und Anregungen zur Umsetzung an Schulen, Stuttgart, 1999.
20. The Official Soccer Site for Officials, Referees, Players, and Fans – Laws of the Game, <http://www.drblank.com/slaws.htm>
21. Dynamische Sport-Analyse (DSA) <http://www.rogerkaufmann.ch/dsa.htm>

POVIJESNE CRTICE

KRUŽNI SUSTAV

THOMAS PENYNGTON KIRKMAN (31.03.1806 Bolton – 03.02.1895 Bowdon) (Britanija)

britanski matematičar

kreator sparivanja na turniru

1847. godine - klasični algoritam koji se koristi za sparivanje Round Robin

JOHANN NEPOMUK BERGER (11.04.1845, Graz – 17.10.1933) (Austrija)

austrijski majstor, teoretičar, problemist, autor i urednik

kreator sparivanja na turniru

primjenio Sonneborn-Berger metodu za dodatni kriterij kod diobe mjesta od 1886. koeficijent Berger je u praksi

WILLIAM (ZONNEBORN) SONNEBORN (1843-1906) (Engleska)

engleski šahist i bankovni činovnik u Londonu

primjenio Sonneborn-Berger metodu dodatni kriterij kod diobe mjesta

prvi u praksi na turniru u Liverpoolu u 1882

OSCAR GELBFUHS (09.11.1852, Sternberk – 27.09.1877, Cieszyn) (Austrija)

moravsko-austrijski majstor i atletičar

prvi sustav bodovanja predložio u kolovozu 1873.

HERMANN NEUSTADTL (1862-1909) (Češka)

doktor iz Praga

izumitelj "Sonneborn-Berger metode" (ili Neustadtli bodovi) dodatni kriterij kod diobe mjesta

opis u članku u Chess Monthly 1882. godine

SHEVENINGENSKI SUSTAV

Sheveningen (Nizozemska)

prvi put je korišten 1923. godine.

ŠVICARSKI SUSTAV

DR JULIUS MÜLLER (1857-1917) (rođen u Brugg) (Švicarska)

švicarski meteorolog i profesor

autor sistema

ZÜRICH (Švicarska)

prvi turnir odigran prema načelima švicarskog sustava 1895. godine.

BRUNO BUCHHOLZ (xxxx, Magdeburg - 1958) (Njemačka)

njemački šahist

autor Buchholz sistem (još i Buchholtz) dodatni kriterij kod diobe mjesta prvi put primjenjen 1932. godine na turniru u Bitterfeld, Germany

SIMULTANE PRODUKCIJE

FRANÇOIS-ANDRÉ DANICAN PHILIDOR (07.09.1726 – 31.08.1795) (Francuska)

prvu sumultanku održao je 1783. Philidor koji je igrao tri partije istodobno, ali naslijebo!

MITINZI

OLIMPIJSKE IGRE (Grčka)

Organizacija atletskih mitinga seže do drevnih Olimpijskih igara iz 776. godine prije Krista.

18.1 KRUŽNI (LIGAŠKI) SUSTAV

NATJECANJE

	Ime i prezime		Grad		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Bod.	Mjesto
1.																
2.																
3.																
4.																
5.																
6.																
7.																
8.																
9.																
10.																

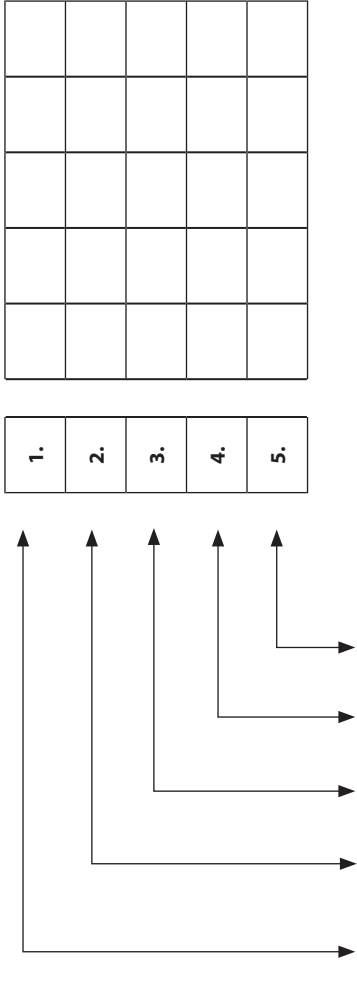
18. TABLICE

U grad, datum.

design: Siniša Režek

Prezime i ime (rang suca)

18.2 SHEVENINGENSKI (ŠEVENINŠKI) SUSTAV
NATJECANJE



11	PREZIME I IME	Grad	1	2	3	4	5	Bod.	Mjesto
----	------------------	------	---	---	---	---	---	------	--------

1.					
2.					
3.					
4.					
5.					

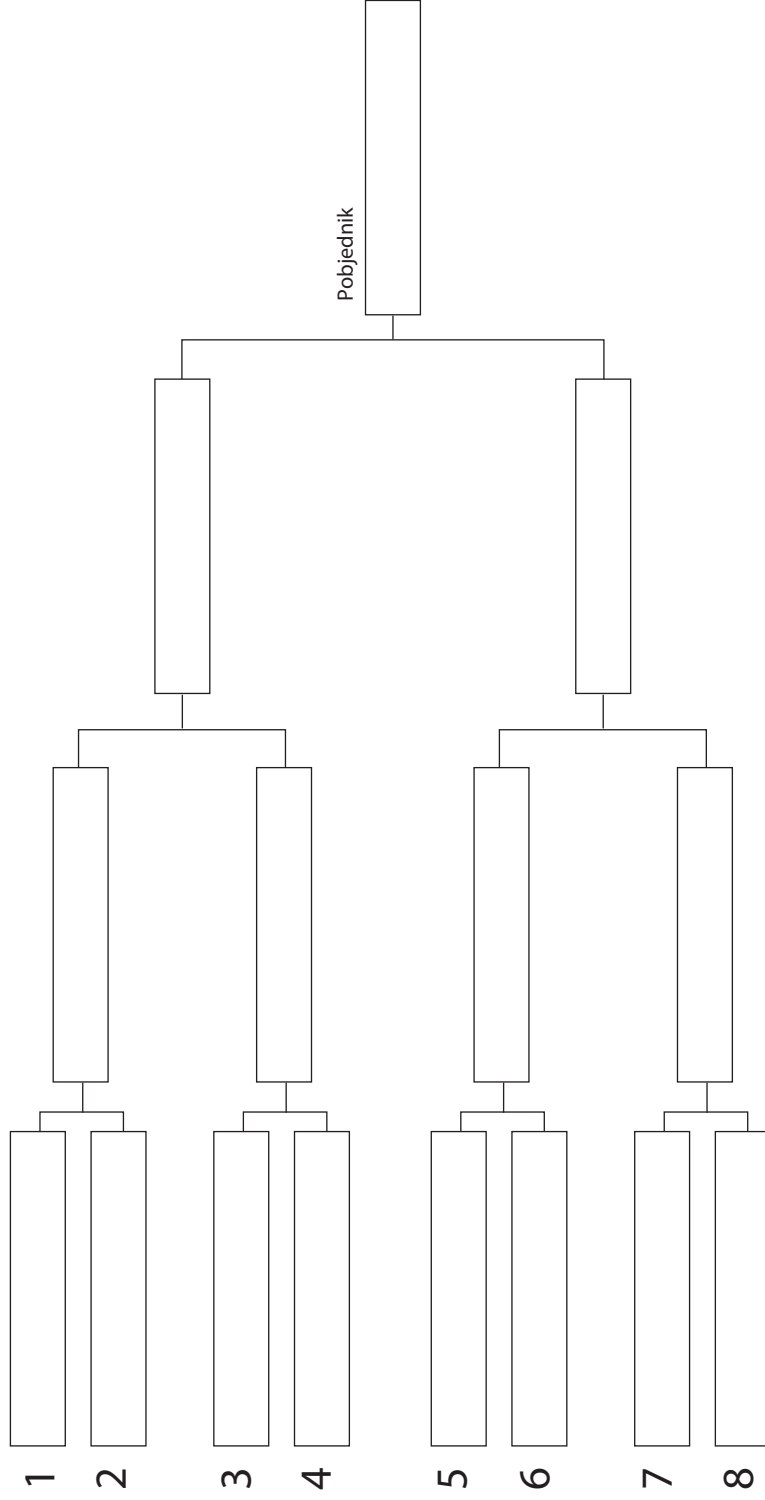
U grad, datum.

design: Siniša Režek

Prezime i ime (rang suca)

18.3 KUP SUSTAV

NATJECANJE



U grad, datum.

design: Siniša Režek

Prezime i ime (rang suca)

18.4 ŠVICARSKI SUSTAV
NATJECANJE

	Prezime i ime		Grad		1	2	3	4	5	6	7	8	9	Bod.	Mjesto
1.					<div></div>										
2.					<div></div>										
3.					<div></div>										
4.					<div></div>										
5.					<div></div>										
6.					<div></div>										
7.					<div></div>										
8.					<div></div>										
9.					<div></div>										

U grad, datum.

design: Siniša Režek

Prezime i ime (rang suca)

18.5 SIMULTANE PRODUKCIJE

NATJECANJE

	Prezime i ime	Rez
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		

UKUPNO:

U grad, datum.

design: Siniša Režek

Prezime i ime (rang suca)

18.7. MEČ

NATJECANJE

II II	Prezime i ime	1	2	3	4	Bod.	Mjesto
1.		o	•	o	•		
2.		•	o	•	o		

U grad, datum.

design: Siniša Režek

Prezime i ime (rang suca)

